



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

TESIS DOCTORAL

**MODELO DE RODAMIENTO UTILIZANDO TÉCNICA M.E.S.
APLICACIÓN AL ESTUDIO DEL DESLIZAMIENTO
EN LA ZONA DE CARGA.**

AUTOR:

EDWIN LANIADO JÁCOME

Directores:

JUAN CARLOS GARCÍA PRADA

JESÚS MENESES ALONSO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

Leganés, diciembre de 2008

TESIS DOCTORAL

MODELO DE RODAMIENTO UTILIZANDO TÉCNICA M.E.S. APLICACIÓN AL ESTUDIO DEL DESLIZAMIENTO EN LA ZONA DE CARGA.

Autor: Edwin Laniado Jácome

Directores: Juan Carlos García Prada
Jesús Meneses Alonso

Firma del Tribunal Calificador:

Presidente: (Nombre y apellidos)

Vocal: (Nombre y apellidos)

Vocal: (Nombre y apellidos)

Vocal: (Nombre y apellidos)

Secretario: (Nombre y apellidos)

Firma

Calificación:

Leganés/Getafe, de de

*A Yanitza Giraldo Restrepo, Esposa.
Blanca Lilia Jácome Miranda, Madre.
Liliana Hernández Jácome, Hermana.
María Alejandra Pérez Hernández, Sobrina.*

Tres bellas generaciones.

AGRADECIMIENTOS

Son muchas las personas que deben estar en esta página, pero debo hacer una mención especial para los directores de esta Tesis, el catedrático **Juan Carlos García Prada** y al profesor Doctor **Jesús Meneses Alonso**.

A la institución, **Universidad Carlos III de Madrid**, junto con el **Departamento de Ingeniería Mecánica**

A otras personas que prestaron asesoría durante todo el tiempo:

- **Zohar Yosibash**, jefe del laboratorio virtual para sistemas dinámicos de la universidad Ben Gurion en Beer Sheva – Israel.

- Técnicos y profesores de **Algor**.

- Técnicos y profesores de la **Universidad Nacional de Educación a Distancia UNED**.

- Al grupo de personas que me ayudaron directamente con la investigación en esta Tesis Doctoral: **Alfonso Vilches, Sergio Tocina, Álvaro García, Javier Alarcón, Juan Antonio Cobo, Marta E. García, Eduardo Mariscal, Sara Lecumberri, Eduardo Varta, David Saiz Prada, Daniel Alcoba, Marcos Pérez** y otras personas que por avatares del tiempo no podré incluirlos.

Al grupo de amigos de siempre, entre ellos **Julián Enríquez, Carlos Alberto Guevara, Oscar Duque, Pilar Balanta, Nelson Javier, Carlos Arturo Gil, Cesar Arturo Castillo**.

Otras personas ajenas a la docencia que me apoyaron de forma incondicional: entre ellos: **Henry León Pérez, Adela Sebrian, Ramón Darío, Sergio Condurache, Gerson Villarroel, Kinga, Adriana Cardona, Fabián Arstein**.

Y dentro de la universidad una mención especial a mis buenos amigos **Rachid Cheriguene y Jaime Montoya** y los colegas **Gabriel, Edwin, Jymmi**, que con la justificación de tomarnos un café, compartíamos diferentes opiniones y criterios acerca de nuestras respectivas tesis.

Para todos, gracias, esta tesis fue por ustedes.

MODELO DE RODAMIENTO UTILIZANDO TÉCNICA M.E.S. APLICACIÓN AL ESTUDIO DEL DESLIZAMIENTO EN LA ZONA DE CARGA

RESUMEN

En esta Tesis, se propone un nuevo modelo numérico en 2D de rodamiento de rodillos cilíndricos para simulaciones de eventos mecánicos (Mechanical Event Simulation, MES), como una alternativa a las metodologías experimentales y analíticas, para el estudio del comportamiento dinámico de sus piezas en rotación.

Este modelo numérico de rodamiento de rodillos cilíndricos, está analizado por medio del método de los elementos finitos en código comercial Algor™, para simulación de eventos mecánicos. Con el modelo numérico se analizará la distribución de fuerzas de contacto sobre la pista externa debida a la dinámica de las piezas de rotación del rodamiento.

El modelo numérico fue validado por comparación entre las fuerzas de reacción de contacto rodillo-pista externa que proporciona, con las que se deducen del modelo analítico propuesto por Jones-Harris.

Se realizó, con el modelo de rodamiento propuesto, un análisis del deslizamiento de los elementos rodantes sobre la pista externa. El estudio permitió diferenciar una zona en la que el deslizamiento se mantiene prácticamente nulo: la zona de rodadura. Se realiza el estudio de los efectos de la velocidad del eje y del coeficiente de fricción sobre extensión de la zona de rodadura.

ABSTRACT

In this Thesis, a new finite element model of a roller bearing for mechanical event simulations is proposed as an alternative to experimental and analytical methodologies, in order to study the slipping between the rollers and the races.

As a result of an application of a modeling methodology, a two dimension finite element model has been built, taking into account the contact between all the rollers and races. A system of radial elements has been also included in the model, in order to provide the shaft with a constant angular velocity.

The proposed model has been then validated by comparing the roller-race contact reaction forces it gives, with those obtained from the analytical model developed in [harris]. This comparison has been carried out for several shaft angular velocities, and the corresponding values are in an excellent agreement.

With such validated model, a large variety of virtual analyses have been carried out to study the local slipping between the rollers and the races. The varying parameters were the shaft angular velocity and the friction coefficient between rollers and races. These simulations have permit us to define the rolling zone for each case, and to conclude that this rolling zone is approximately centered with respect to the loading zone, and has less extent than the latter.

ÍNDICE GENERAL

OBJETIVOS	1
 CAPITULO I	
1 Introducción	3
1.1. Generalidades	4
1.2 Estado del arte	8
1.2.1 Artículos de señales de vibración	9
1.2.2 Artículos de modelos matemáticos	10
1.2.3 Artículos de modelos numéricos	11
1.3 Estructura del documento	13
 CAPITULO II	
2. Metodologías a desarrollar para la definición del modelo de estudio	16
2.1 Modelo Experimental	18
2.2 Modelo Analítico	23
2.2.1 Ley de contacto de Hertz	23
2.2.2 Modelo Analítico Jones-Harris	25
2.2.3 Modelo Analítico de Harsha	25
2.3 Modelo Numérico	34
2.3.1 Modelado y análisis del rodamiento en 3D	35
2.3.1.1 Análisis Estático	40
2.3.1.2 Análisis por modo de vibración	50
2.3.1.3 Análisis Dinámico	52
2.3.2 Otros Modelos Realizados	59
 CAPITULO III	
3. Modelos propuestos para el análisis dinámico del rodamiento	70
3.1 Modelo Analítico	70
3.1.1 Técnica de Formulación para el modelo analítico	
Jones-Harris	70
3.1.2 Resultados del modelo analítico	78

3.2 Modelo Numérico	80
3.2.1 Modelado y simulación de un rodamiento de rodillos cilíndricos bajo código Algor™	80
3.2.1.1 Generación del mallado del modelo	82
3.2.1.2 Elementos de Contactos	94
3.2.1.3 Parámetros de análisis en simulaciones de eventos mecánicos (MES)	96
3.2.2 Toma de datos y análisis de resultados	96
3.2.2.1 Toma de Datos (Modelo MEF/MES).	96
3.2.2.2 Análisis de Datos	100
3.3. Comparación y validación de los resultados	105
3.3.1 Comparación de resultados	105
CAPITULO IV	
4. Estudio del deslizamiento entre los rodillos y las pistas del rodamiento	114
4.1 Introducción	114
4.2 Deslizamiento y rodadura. Factor de Deslizamiento	115
4.3 Método de obtención de los factores de deslizamiento local entre los rodillos y las pistas a partir de las simulaciones MES	116
4.4 Análisis de resultados de deslizamiento local a partir de las simulaciones	123
4.5 Zona de Rodadura	129
4.6 Influencia del coeficiente de Rozamiento	132
CONCLUSIONES	137
TRABAJOS FUTUROS	141
REFERENCIAS	143
ANEXO I	148
ANEXO II	158
ANEXO III	168

OBJETIVOS.

El objetivo principal de esta Tesis Doctoral es el desarrollo de un modelo de rodamiento para el estudio de la fenomenología que presenta la dinámica de sus elementos rotativos con un estudio de deslizamiento en la zona de carga. Para esto se tuvieron que lograr los siguientes objetivos:

1. Desarrollo de una metodología para la elaboración de un modelo de rodamiento para el análisis dinámico de los elementos rotativos que lo componen.
2. Desarrollo del modelo de un tipo de rodamiento bajo condiciones de contorno controlables y que avanzará a la consecución de un modelo de rodamiento realista.
3. Verificación por comparación del modelo numérico de rodamiento propuesto para esta Tesis con el modelo analítico de Jones-Harris.
4. Aplicación del modelo con un estudio del análisis del nivel de deslizamiento presente en el contacto dentro de la zona de carga.

CAPITULO I: INTRODUCCIÓN

INTRODUCCIÓN

1.1 GENERALIDADES

A los procesos mecánicos involucrados en la producción industrial se les requiere una mayor eficiencia, es decir, mayor fiabilidad y mayores velocidades de funcionamiento. La facilidad de implementar sistemas de detección de sus parámetros mecánicos más representativos es fundamental en su diseño y fabricación con el objetivo de detectar posibles fallos con el suficiente tiempo de antelación y proveer su solución sin consecuencias graves para la máquina. Por esta razón, se hace importante el desarrollo y aplicación de un sistema de predicción del estado del sistema mecánico con vistas a la ubicación y predicción del defecto o fallo.

Dada la complejidad de los sistemas mecánicos modernos, se hace difícil particularizar y detectar el componente de fallo en dichos sistemas, por la gran cantidad de partes y elementos que lo componen.

Es por esto necesario seleccionar dentro de un sistema mecánico un solo y único subsistema, que es el objeto de estudio de esta investigación, definido como la unión entre eslabón de transmisión de potencia y el eslabón de apoyo mediante el rodamiento.

El rodamiento es el apoyo más empleado en todo tipo de máquinas por los elementos rotativos que lo componen, debido a ventajas como: pequeño par de arranque, reducida fricción en un amplio rango de velocidades, bajo consumo de energía y de lubricante, largos intervalos de mantenimiento, facilidad de montaje y desmontaje y gran variedad de dimensiones estandarizadas.

Sin embargo, el rodamiento es la parte de las máquinas rotativas que presenta mayor siniestrabilidad, entendiendo como tal el número de intervenciones realizadas sobre dichos elementos en un periodo de tiempo determinado. Esta siniestrabilidad es debida a que resulta más sencillo y mucho menos costoso sustituir un rodamiento que otro elemento de la máquina.

En el sentido físico, los rodamientos son sistemas mecánicos multi-cuerpo donde el comportamiento dinámico es de difícil estudio. Pero por ser un apoyo, el análisis del

funcionamiento del rodamiento es determinante para conocer la respuesta vibratoria de la máquina. Por tanto, el análisis de la evolución dinámica de los rodamientos representa un importante problema, que debe ser abordado para conocer su respuesta vibratoria, respuesta no-lineal. La complejidad del estudio del comportamiento cinemático dinámico y la necesidad de crear un modelo que represente su comportamiento lo más realista posible ha originado multitud de modelos, tanto con parámetros cinemáticos, como análisis de frecuencia y de contacto.

De cara al mantenimiento predictivo por vibraciones de la máquina, todos los aspectos comentados anteriormente concurren, pues los sensores (generalmente acelerómetros) se sitúan en la proximidad de los rodamientos, pues son éstos los encargados de canalizar todos los esfuerzos en la máquina.

Evolucionando desde trabajos anteriores [23, 38, 44] en los cuales se propone un modelo experimental de análisis de vibraciones para detectar un defecto localizado en rodamiento. Para estas investigaciones se fabricó un banco de ensayos experimentales. Como continuación a estos estudios, se propone un modelo de rodamiento analizado por medio del método de los elementos finitos bajo código comercial Algor™ para simulación de eventos mecánicos (SEM). El estudio SEM simula el funcionamiento de un rodamiento de rodillos cilíndricos bajo carga radial y con diferentes tipos de frecuencia de giro de eje, dando resultados realistas y comparables en otros tipos de modelos (analíticos y experimentales).

Hasta la fecha, solo se puede tener información de desplazamientos (vibraciones) del rodamiento mediante el análisis de señales en un banco de ensayo, pero no se puede obtener información de su dinámica interna por medios experimentales. Los modelos analíticos suplen esta necesidad, ya que con ellos se pueden obtener información de las tensiones y deformaciones presentadas en el contacto de las piezas, pero debido al gran número de ecuaciones que puedan resultar al tratar de hallar estos resultados, se disminuyen las condiciones realistas del modelo.

Es por esto que en los últimos años se ha desarrollado un nuevo modelo de rodamiento para obtener mayores resultados dinámicos y con más condiciones

impuestas, este nuevo modelo teórico es el modelo de simulación por medio del método de los elementos finitos.

En la tabla 1.1 se mostrara las distintas opciones disponibles por cada metodología propuesta:

Tabla 1-1: Metodologías para el análisis del comportamiento dinámico de un rodamiento

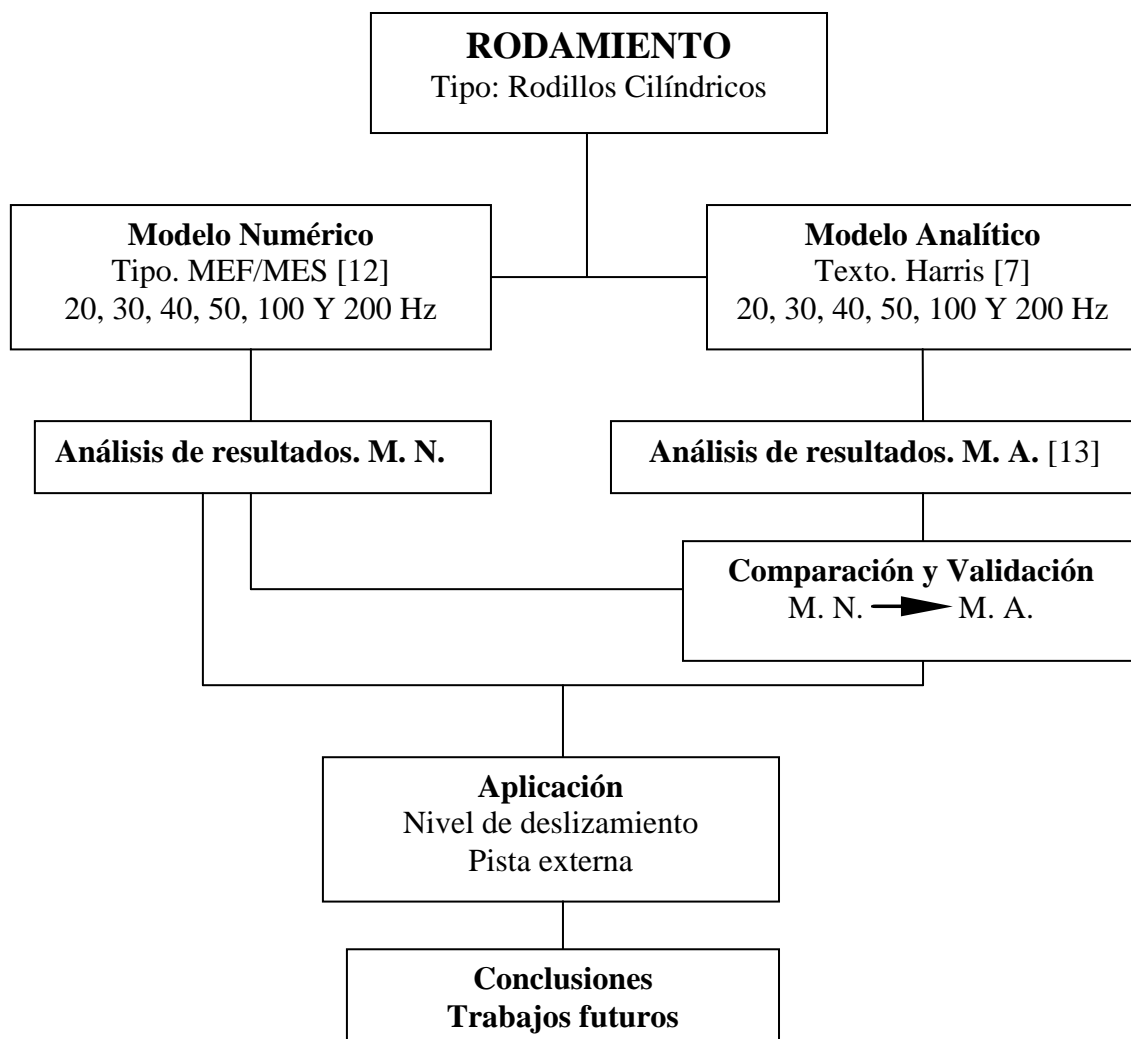
Resultados	Metodologías (Modelos)		
<i>Estudio de Contacto</i>	Analítico	Numérico (FEM/MES)	
<i>Análisis de Tensiones</i>	Analítico	Numérico (FEM/MES)	
<i>Análisis de Desplazamientos</i>	Analítico	Numérico (FEM/MES)	Experimental

La tabla 1.1 muestra los resultados que son posibles obtener con cada uno de los modelos de rodamientos existentes para el estudio de su comportamiento dinámico, con el modelo analítico se recogen resultados de tensiones y deformación con la descripción de una zona de carga, también se podrá obtener datos del desplazamiento de cada uno de los elementos del rodamiento, y en algunas publicaciones se han generado modelos matemáticos que detectan las frecuencias dentro de un dominio [5,8]. En el modelo de simulación (numérico) los resultados se generan adicionando coeficiente de fricción entre las piezas, además de que todas las piezas pueden ser de material elástico (no rígidas), aunque el calculo depende del software y de hardware donde se instale el modelo. Existen muchos software comerciales en el mercado que basan su cálculo por medio del método de los elementos finitos, pero la diferencia en cada uno de ellos radica en una especialidad de cálculo, el software que se utiliza para esta investigación es de los mas competitivos en el análisis dinámico de sistemas mecánicos [47] por tener la herramienta MES (Mechanical event simulation) para simulación de eventos mecánicos. Siguiendo con la tabla 1.1 para los modelos experimentales solo se adquieren datos de desplazamiento con análisis de frecuencia en el dominio del tiempo, pero debido a la complejidad de la geometría del rodamiento no se puede obtener resultados dinámicos mas allá de lo que permite el análisis de vibraciones.

Esta investigación propone un modelo numérico para estudiar el fenómeno dinámico del rodamiento que de respuesta de las reacciones de las piezas en contacto con la descripción de la zonas de carga a diferentes tipos de frecuencia de giro del eje, además del estudio de estas zonas de carga por cada frecuencia, se estudia también el nivel de deslizamiento dentro de cada una de ellas.

Los datos obtenidos del modelo numérico propuesto se validan comparando los resultados correspondientes con los que se proponen en la literatura [7] en lo que respecta a la distribución dinámica de cargas (zona de carga) entre los elementos rodantes (rodillos) y la pista externa. Con esta comparación y su correspondiente validación se permite aplicar al modelo un estudio del deslizamiento.

El esquema 1 resume los pasos que se siguieron para la obtención del modelo propuesto:



Esquema 1: Diagrama de flujo que se llevo a cabo para la realización de esta tesis.

Resumiendo los pasos del esquema 1

- Generación de la geometría del modelo de rodamiento en 2D para simulación de eventos mecánicos siendo analizado por medio del método de los elementos finitos, el modelo contiene en cada uno de sus nodos tres grados de libertad con aplicaciones según la necesidad de carga, condiciones de contorno, restricciones y frecuencia de giro.
- El segundo es comparación y validación del modelo numérico con un modelo analítico plenamente aprobado por la comunidad científica como es el modelo implementado en el texto técnico de Harris [7].
- El tercer paso es el estudio del deslizamiento entre los rodillos y la pista externa como aplicación al análisis. El análisis del deslizamiento se realizara para varios tipos de rotación del eje y con diferentes coeficientes de rozamiento.

Para lograr esto se hizo la siguiente revisión de la documentación mostrada en las referencias y en el estado del arte.

1.2 ESTADO DEL ARTE

Para poder determinar el estado de los avances en el estudio del comportamiento dinámico de un rodamiento se han evaluado tres tipos de artículos:

- Los primeros trabajos que se referencia en este estudio son los de artículos de análisis de señales de vibración que su temática especifica sea de rodamientos.
- Las siguientes investigaciones referenciadas, fueron los estudios con modelos matemáticos que analizaban los comportamientos mecánicos de las piezas en rotación del rodamiento, en especial las bolas o rodillos.
- Y por ultimo, fueron trabajos que sometieron una geometría de rodamiento al análisis y simulación por medio de método de elementos finitos bajo cualquier marca comercial de software.

1.2.1. Artículos de señales de vibración en rodamiento

La técnica básica en los análisis de señales de vibración fue el uso de los algoritmos desarrollados por formulación estadística, para detectar defectos localizados en rodamientos, estas técnicas han sido empleadas en el mantenimiento predictivo. La técnica del mantenimiento predictivo utiliza los datos de las señales de vibración, emitidos por un sistema mecánico para descubrir a tiempo el deterioro incipiente en algún elemento que lo compone. Se particulariza en el rodamiento por su función de apoyo dinámico del sistema, esto hace que sea el mecanismo más óptimo en control del estado del funcionamiento de todo el sistema.

Se conoce estudios de análisis de señales para rodamientos desde los años 60, el más destacado es el de Gustafsson [24] quien propuso uno de los primeros métodos de detección de defectos en rodamiento; se basa en un índice estadístico de la señal temporal determinando los picos normales y creando una franja que describe el impacto causados por un defecto localizado a los picos que sobrepasan este nivel. En los años 70, Martín [25], presenta las deducciones de las primeras frecuencias para los elementos que constituyen un rodamiento y su relación con posibles defectos localizados, como primeras aplicaciones de los analizadores de frecuencia. Ya en los años 80 se diversifican las técnicas de análisis. Braun [26] utiliza las frecuencias de defecto de un rodamiento para analizar la modulación producida por las frecuencias de resonancia de los elementos que componen el rodamiento. En el año 1982 Boyes [27] mejora la técnica de modulación analizando las resonancias como diagnostico de defectos, obteniendo resultados más exactos. Los años 90 llega con nuevos desarrollos tecnológicos y el más trascendente para esta tesis se encuentra el de Bae [1] el cuál genera un filtro estadístico que dentro de la señal temporal, excluye los picos de alta frecuencia, generando así una señal idónea para el análisis de las frecuencias de los elementos del rodamiento y de las señales de los defectos localizado en pista o bola. Orhan [2] genera en su estudio formas de monitoreos para el diagnostico de los defectos localizados en rodamiento dentro de un mantenimiento predictivo V. Purushotham [3] realiza una metodología completa del análisis de vibraciones que genera un rodamiento por medio de la división de frecuencias, detectando el defecto localizado de forma incipiente e identificando la ubicación del defecto. Ban [4] busca por medio de un modelo teórico de un rodamiento, generar la formulación del sonido normal del mismo en

funcionamiento, comparándolo con ensayos experimentales y descubriendo con esta comparación el defecto. Peng [31] realiza una combinación de técnicas para detectar la señal de vibración propia del rodamiento, el defecto localizado para éste estudio sirve para aclarar la frecuencia de paso por bola, esta combinación es la aplicación de la transformada de Hilbert y de la transformada Wavelet. Estas combinaciones de técnicas y de estudios no permitían obtener datos verosímiles del comportamiento dinámico del rodamiento, reafirmando el objetivo de generar un modelo teórico más completo del estudio del comportamiento cinemático y dinámico del rodamiento.

1.2.2. Artículos de modelos matemáticos

El trabajo más importante realizado en torno a la generación de los modelos matemáticos para definir la dinámica de un rodamiento, ha sido realizado por Harris [7] que por medio de un equilibrio dinámico, plantea las ecuaciones para desarrollar las variables de las deformaciones de contacto entre los elementos rodantes y las pistas, por medio de la ley de contacto de Hertz.

Meyer [28] Presentó una técnica matemática para predecir los componentes espectrales de las vibraciones que proceden de los efectos de los ejes desalineados, las superficies excéntricas, y la compresión de los elementos del rodamientos debido a la carga. Choudhury y Tandon [5] presentaron un modelo teórico para obtener la respuesta de la vibración debida a los defectos localizados con ondulación en las superficies por efecto de la carga. Loparo [32] realiza modelo teórico aproximado para la detección y diagnostico de la fallas mecánicas en maquinas rotativas. Particulariza éstos fallos en diferentes elementos del rodamiento como pistas y bolas. Harsha [8] propone una formulación matemática en donde los contactos entre los elementos rodantes y las pistas son considerados muelles no lineales, cuya rigidez es obtenida utilizando la teoría elástica de la deformación del contacto de Hertziano. El texto presenta un modelo analítico para investigar las vibraciones estructurales de un rotor de alta velocidad sostenido por rodamientos. Wardle [29] mostró la relación entre el número de elementos rodantes y las ondas de las vibraciones que se generaban. Cuando el número de elementos rodantes y ondas es igual, las vibraciones son severas alcanzando la frecuencia de resonancia. Jang [30] presenta un modelo analítico para estudiar las vibraciones debido a las ondulaciones generadas por el paso de un elemento rodantes sobre la pista, adicionando

fenómenos cómo el movimiento giroscópico de los elementos rodantes y la fuerza centrífuga.

1.2.3. Artículos de modelo numéricos de rodamientos

Artículos de modelos realizados con base en el método de los elementos finitos con código en algún software comercial avalados para el análisis de sistemas mecánicos y dinámicos. Los estudios de modelos de sistemas mecánicos por medio del análisis bajo el método de los elementos finitos (MEF) han tenido gran desarrollo solo en estos últimos 10 años, generado por la gran evolución de las máquinas de cálculo (ordenadores) y de los programas de software de calculo MEF, que discretizan las piezas mecánicas del sistema de masa continua en finitas partes llamadas nodos. Los nodos son unidos por líneas (elementos) estos contienen las propiedades de los materiales de la pieza tales como: rigidez, cargas, contactos, fricción, entre otros. El procedimiento de solución de este software es por medio matricial, aplicando la ley de Hooke [33]. Zhang [34] establece un modelo MEF de contacto multi-cuerpo para simular las tensiones internas que ejerce el rodamiento en la estructura de un buje utilizado en automóviles, con esto miden los niveles de desplazamiento máximos ocurridos bajo diferentes tipos de carga, esta simulación se realiza de forma estática. Kiral [10] modela una estructura de porta rodamiento incluyendo un rodamiento de rodillos con carga dinámica y con defecto localizado en pista para obtener los niveles de vibraciones que aporta el rodamiento a la estructura que lo contiene y con esto detectar el mejor punto de dicha estructura, para colocar un sensor que capta los datos de vibración del defecto del rodamiento. Las simulaciones se realizan con tipo de elementos cinemáticos interpretándolos como elementos rígidos sin presentar deformación durante el contacto. Kang [11] realiza un estudio para modificar el método de contacto de Jones-Harris utilizado para determinar las deformaciones teóricas en el contacto entre elemento rodante y pista, para esto propone un modelo MEF para validar su nueva formulación; estas simulaciones se realizan en 3D, pero de forma estática. Kiral [16] realiza de nuevo un modelo numérico de estructura porta rodamiento, pero ésta vez le adiciona un rodamiento con varios defectos localizados en pista, para determinar las frecuencias en las vibraciones teóricas emitidas por un rodamiento bajo carga dinámica, correlacionándolas con un modelo experimental. Esta correlación siempre es a nivel de valor de frecuencia y no de

magnitud. Los modelos siguen siendo de tipo cinemáticos, sin presentar deformación a efectos de la carga.

Los modelos numéricos que describen y predicen los fenómenos dinámicos y de contacto que generan un rodamiento, han tenido un gran avance sólo estos últimos años. Sawalhi [35] presenta la simulación de un modelo de caja de engranaje combinándolo con un rodamiento, es un estudio muy completo que muestra los contactos en un engranaje, la curvas de carga analítica de un rodamiento, los niveles de vibración teórica que aporta el rodamiento con defecto al contacto de engranaje, y un estudio incipiente de deslizamiento en rodamiento, porque solo relaciona el deslizamiento con las rotaciones del eje y de la jaula, sin tener en cuenta el deslizamiento propio del elemento rodante. Aunque años anteriores Itagaki [36] realizó un estudio experimental del deslizamiento presente en los rodamientos con diferentes tipos de densidad de grasa, hizo la comparación entre la velocidad de rotación de la jaula y la velocidad del eje, sacando conclusiones: que con más densidad de grasa el rodamiento presenta más deslizamiento, y los niveles de calor que se generan con la variación de dicha densidad.

Dentro de todo este trabajo de recopilación de textos, artículos y estudios concernientes a los fenómenos que ocurren durante el funcionamiento de un rodamiento bajo diferentes tipos de condiciones, no se encuentran tres requerimientos que propone esta tesis:

- Profundizar en el estudio de la fuerza de reacción de los elementos rodantes con la pista externa.
- Comparación de las zonas de carga entre un modelo matemático con el modelo de simulación a diferentes tipos de frecuencia de giro de eje.
- Estudio detallado del deslizamiento presente en cada elemento rodante y su relación con la zona de carga.

Para llevar a cabo estos estudios se define la estructura del documento de la siguiente manera:

1.3 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO

Para alcanzar los objetivos establecidos para esta Tesis Doctoral se han estructurado los siguientes capítulos:

OBJETIVOS

Objetivos principales de la Tesis Doctoral.

CAPITULO I

Se describirá el ámbito y los pasos seguidos para el logro de los objetivos. Se mostrará también la revisión de la referencia bibliográfica en un estado del arte de los últimos 20 años, en torno a la temática escogida haciendo especial hincapié en los últimos desarrollos relacionados con los objetivos de esta Tesis doctoral y por último se finalizará con las fases de desarrollo.

CAPITULO II

Se plantearon tres metodologías para lograr el modelo adecuado para obtener datos del comportamiento dinámico del rodamiento:

- **Experimental**
- **Analítica**
- **Numérica.**

Con las tres metodologías se realizaron de igual modo tres modelos para lograr resultados de dicho comportamiento. Para cada metodología, se realizó un historial de generación del modelo, de toma y obtención de datos, análisis de resultados, comparación y validación.

Finalizando este capítulo, se describe el modelado y la simulación del modelo numérico creado para esta Tesis Doctoral, obteniendo mejores resultados.

CAPITULO III

Se considera y se desarrolla el modelo analítico de Jones-Harris cómo el modelo matemático, para validar el modelo numérico propuesto para esta Tesis.

Se propone el modelo numérico para simulación de eventos mecánicos (MES) como la mejor forma de afrontar el estudio del comportamiento dinámico del rodamiento como elemento de apoyo.

Se comparan y validan los resultados de la distribución de las reacciones sobre la pista externa que ejerce los rodillos y se describen las diferencias entre los dos modelos a diferentes frecuencias de giro de eje.

CAPITULO IV

Realización de un análisis del nivel de deslizamiento presente en el contacto entre los rodillos y la pista externa al modelo simulado.

Formulación matemática para la detección del nivel de deslizamiento a lo largo de la pista externa.

Concepto y generalidades de la zona de rodadura.

Descripción de las características de la zona de rodadura dentro de la zona de carga.

CONCLUSIONES

REFERENCIAS

Recopilación de información histórica y actual en temáticas de análisis de vibraciones en rodamientos, análisis de modelos por simulación en MEF y SEM.

Lectura de libros especializados en cálculo matricial para MEF, cálculo en rodamientos y vibraciones mecánicas.

Estudio de artículos relativos a las temáticas expuestas en congresos nacionales e internacionales, en revistas de alto impacto.

Asesorías de especialistas internacionales en las áreas de simulación, análisis de señales y cálculo en sistemas dinámicos.

CAPÍTULO II:
METODOLOGÍAS DESARROLLADAS PARA
OBTENER EL MODELO DE ESTUDIO

METODOLOGÍAS DESARROLLADAS PARA OBTENER EL MODELO DE ESTUDIO

En esta sección se presentan diversos tipos de metodologías con el modelo de rodamiento, que se han ensayado para la realización de esta Tesis doctoral, para a partir de sus resultados seleccionar aquellos que describieran mejor los niveles de vibraciones propios y reales de un sistema mecánico como el rodamiento. Para cada metodología que se ha aplicado para esta investigación, se ha creado un modelo.

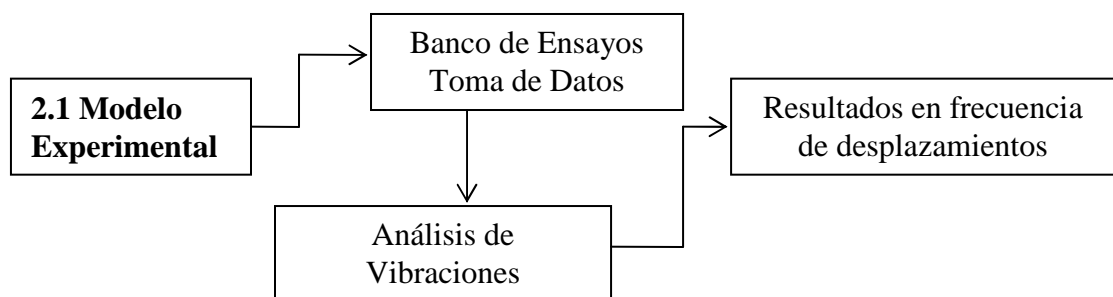
Estos modelos son nombrados con las siguientes bases metodológicas:

2.1. Modelo Experimental: Toma de medidas en laboratorio.

2.2. Modelo Matemático: Sistema de ecuaciones diferenciales

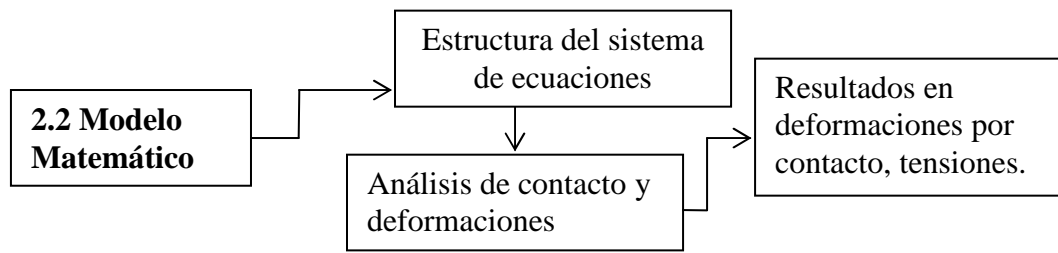
2.3. Modelo de Simulación: MEF (Método de los elementos finitos) y MES (simulación para eventos mecánicos).

En los siguientes esquemas se muestra los tipos de modelo, el trabajo realizado con cada uno de ellos y las consideraciones que se tuvieron en cuenta para obtener resultados óptimos:



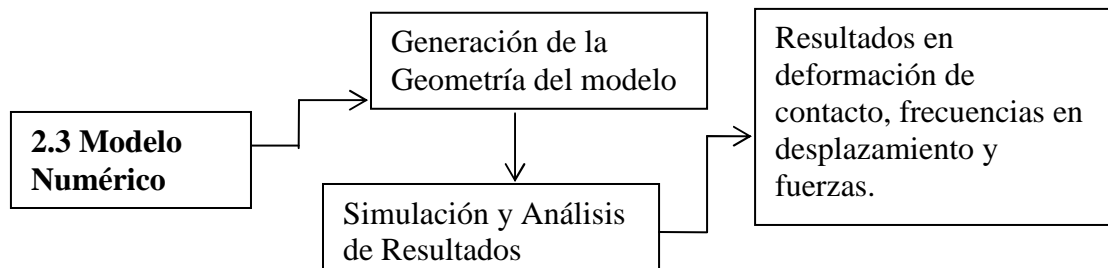
Esquema 2: Técnica de aplicación al modelo experimental.

El esquema 2 muestra el procedimiento aplicado para encontrar resultados dinámicos en un rodamiento, pero como se verá más adelante solo se pudieron encontrar resultados de desplazamiento en frecuencia. Fue por esto que se buscó dentro de las referencias y literatura técnica, un modelo analítico (esquema 3) para obtener más información del comportamiento propio del rodamiento y de los elementos que los componen.



Esquema 3: Técnica para obtener el modelo y sus resultados en la metodología analítica.

La metodología para encontrar el modelo analítico adecuado, ha sido la búsqueda de las ecuaciones diferenciales que se apliquen a la interpretación del fenómeno que describe el comportamiento dinámico de un rodamiento, en que se tuviera en cuenta condiciones de: carga, fuerza centrífuga, deformaciones, propiedades de los materiales, entre otros. Pero la interpretación de la realidad de forma analítica conlleva a menospreciar condiciones imperantes en el medio para el estudio de los fenómenos dinámicos de un sistema. Es por esto, que se propone una tercera vía de búsqueda de resultados que será para esta investigación un modelo numérico de simulación bajo MEF/MES (esquema 4).



Esquema 4: Técnica para obtener el modelo y sus resultados en la metodología numérica.

El esquema 4 muestra el método llevado a cabo para la generación del modelo numérico del rodamiento, este modelo numérico es un modelo teórico que por tener un orden de solución matricial (aplicada a la teoría Hooke) permite que se pueda incorporar al modelo más condiciones y propiedades del medio real. Pero el cálculo de los modelos propuestos para esta metodología, depende de las dimensiones que permita el software y el hardware; un modelo no puede ser demasiado grande porque los softwares de cálculo en MEF/MES tienen un límite de número de elementos a calcular y el hardware necesita alta capacidad en memoria RAM para ejecutar estos cálculos.

En esta investigación se trataron tres metodologías, y para cada una de ellas se generaron unos modelos de rodamientos. Se obtuvieron los resultados de las tres metodologías para el modelo del rodamiento. Los resultados del modelo se aplicaron a estudios de deslizamiento.

A continuación se muestra los trabajos realizados para cada tipo de modelo.

2.1 Modelo experimental

Aprovechando la experiencia realizada en investigaciones anteriores con el análisis de señales experimentales de rodamiento [21,22] y recopilando información y base bibliográfica referente a defectología en maquinas rotativas con aplicación a rodamientos, se utilizó el banco de ensayos experimentales de rodamiento ubicado en el departamento de Mecánica de la Universidad Nacional de Educación a Distancia, UNED (figura 2-1) para captar las señales de vibración de un rodamiento de contacto de bolas de tipo comercial FAG 7206 B con defecto localizado en ambas pistas y en la superficie de la bola a diferentes tipos de rotación y carga.



Figura 2-1: Banco de ensayos experimentales para rodamientos UNED.

La señal captada son datos de aceleración (segunda derivada de la posición) representada en el dominio del tiempo, aunque solo en el eje vertical (señal captada con acelerómetro unidimensional) perpendicular al eje de banco de la figura 2-1. La frecuencia de muestreo es de 5000 muestras por segundo, el tiempo de muestreo son 8

segundos y por lo cuál el número total de muestras obtenido en cada una de las señales es de 40000 muestras, como se muestra en la figura 2-2.

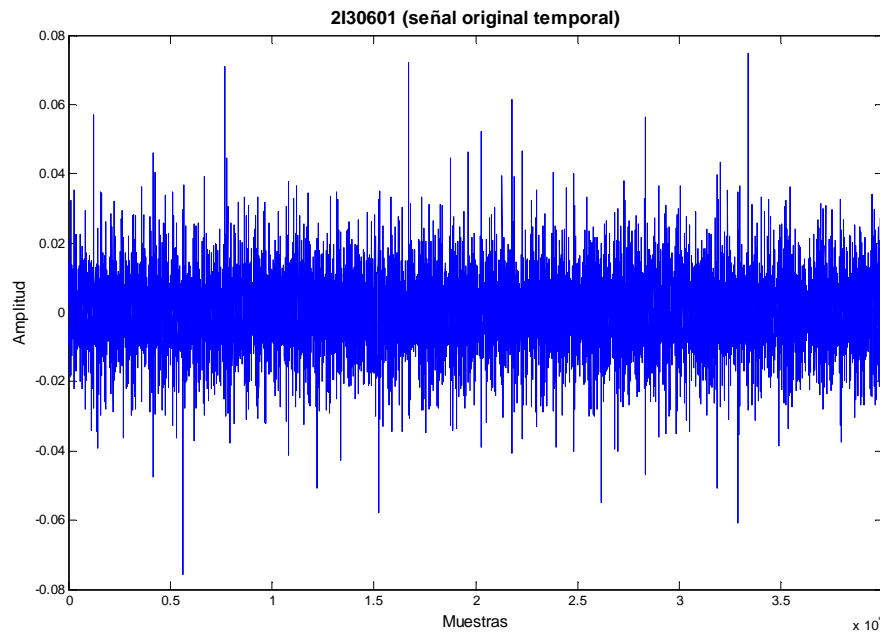


Figura 2-2: Representación de la señal captada de un rodamiento a 10 Hz en el dominio del tiempo.

Las características del ensayo hacen predecir que el proceso es estacionario y el análisis de la señal de la figura 2-2 así lo ratifica. El proceso de una señal es estacionario cuando el rango de amplitudes y la densidad de los datos obtenidos son prácticamente constantes. Al ser el proceso estacionario, este análisis no puede aportar más información de la mencionada, sólo se concluyó que cuando un elemento se encuentra defectuoso, se observa un incremento en el rango de amplitudes de forma proporcional al aumento de la velocidad de rotación. Para generar un mejor análisis, es necesaria una representación en otro dominio que complemente a la señal temporal. El desarrollo se lleva a cabo con la Transformada Rápida de Fourier (TRF) que ocasiona un espectro de frecuencias correspondiente a la señal, donde el eje horizontal muestra las diferentes frecuencias y el eje vertical la amplitud de las mismas. La técnica permite saber el número de veces por segundo que ocurre el fenómeno, de esta forma, la señal pasa del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia. La frecuencia más alta que se puede obtener dentro de la señal es de 2500 Hz debido al teorema de Nyquist-Shannon. Como la frecuencia de muestreo del ensayo es 5000 Hz, la componente en frecuencia máxima de la señal no será mayor de 2500 Hz.

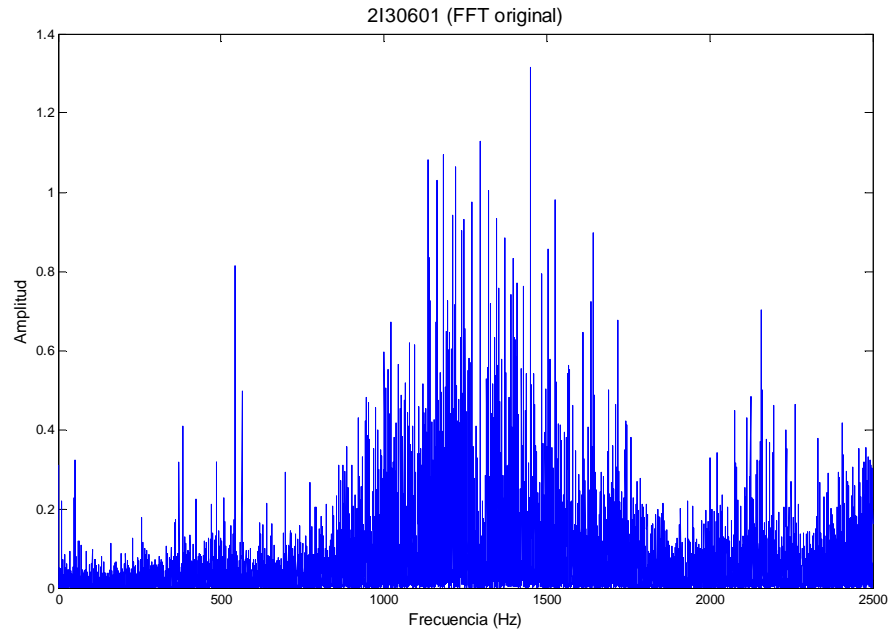


Figura 2-3: Representación de la TRF de la señal para rodamiento con defecto en pista interna a 10 Hz.

La figura 2-3 muestra un rodamiento a 600 rpm con análisis en TRF, se observa que el comportamiento de la señal es estable pues es similar a todas las señales analizadas a diferentes velocidades. También se muestra alta densidad en todas las bandas de frecuencias, tomando valores diferentes de cero para todo el espectro, aunque principalmente en la zona central. Este aspecto es negativo para el análisis, ya que las frecuencias que se estudian y que son relevantes se encuentran entre 0 y 250 Hz (este es el rango de frecuencias generado por la rotación de los elementos del rodamiento) aproximadamente. A partir de 250 Hz las amplitudes corresponden a ruido y armónicos, así que existe una gran distorsión en la señal.

En este punto se complementa el análisis con otra herramienta que permita filtrar la señal, mostrando las frecuencias que realmente interesan y eliminando el ruido de las frecuencias mayores de 250Hz. Esta herramienta es la Transformada de Hilbert.

La Transformada Hilbert [1] realiza la transformación sobre la señal temporal devolviéndola filtrada también, en el dominio del tiempo. La operación en la señal se realiza por medio del software Matlab™ [20], puesto que tiene un comando que realiza esta transformada con operaciones matemáticas que contienen parte real y otra imaginaria, donde la parte real coincide con los datos de partida de la señal y la parte imaginaria es la Transformada Hilbert propiamente dicha. Se muestra a continuación la

envolvente de la señal temporal filtrada con la Transformada Hilbert, la cuál sólo contiene números reales (figura 2-4).

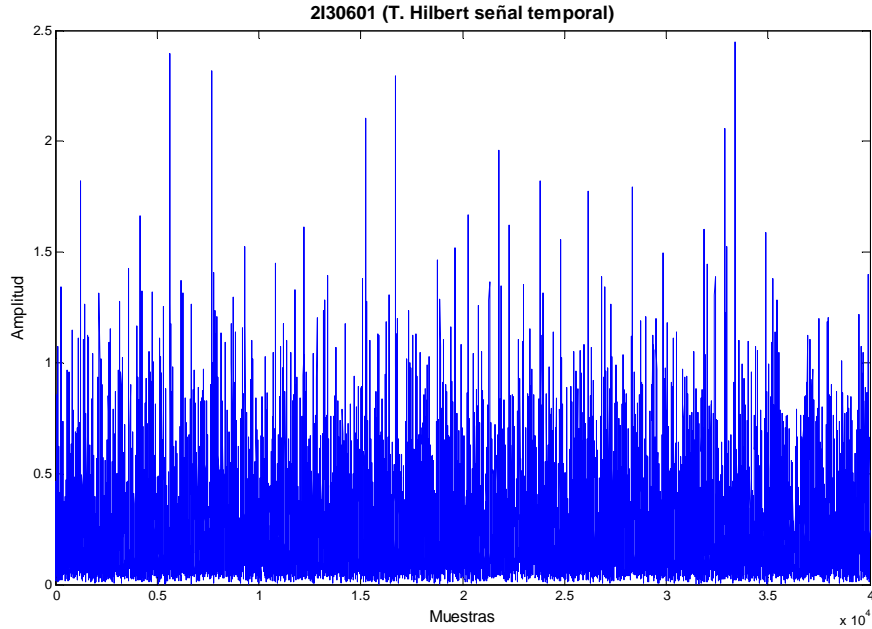


Figura 2-4: Representación de la envolvente de la señal a 10 Hz en el dominio del tiempo.

Los valores verticales mostrados en la figura 2-4 no muestran valores negativos debido a que se representa es la Envolvente, cuya función es una raíz cuadrada no generando valores negativos de salida:

$$A(t) = \sqrt{x^2(t) + \tilde{x}^2(t)} \quad (2.1)$$

Donde $x(t)$ es la señal original y $\tilde{x}(t)$ es la parte imaginaria de la Transformada Hilbert.

A continuación se realiza TRF a la envolvente de la Transformada Hilbert a todas las señales, eliminando los valores de impulso de la señal ya que generan una pequeña frecuencia de gran amplitud, que obstaculiza la observación de las amplitudes en las bandas de frecuencias que se encuentran a lo largo del eje horizontal (figura 2-5).

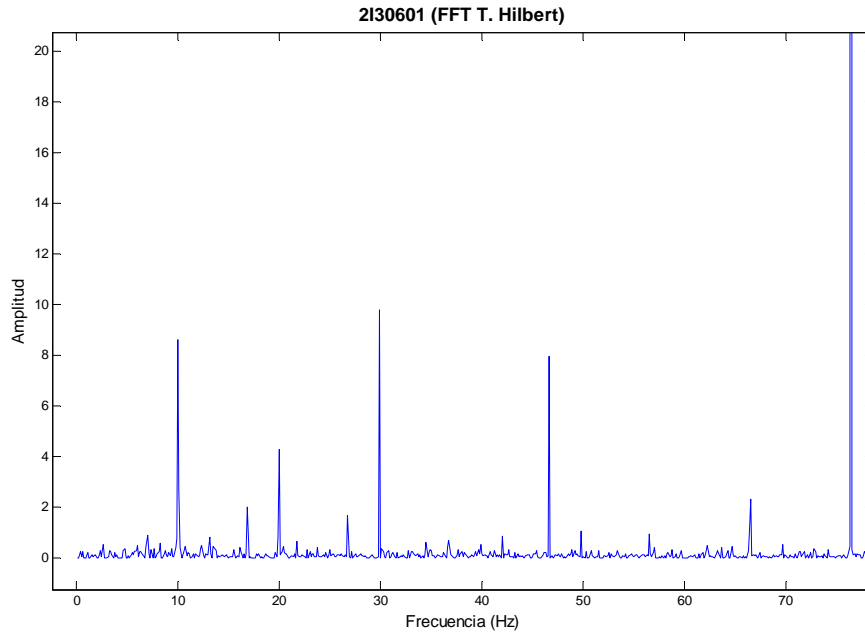


Figura 2-5: Representación de las bandas de frecuencia con filtrado para un rodamiento a 10 Hz

En la figura 2-5 se muestra que las amplitudes no tienen unidades significativas, con las mediciones de amplitud en frecuencia no se puede hacer una modificación de forma analítica para transformarla en valor o condición dinámica del modelo, tales como deformaciones, tensiones, etc. Solo se observa la proporción de amplitud entre las frecuencias, pero solo con este tipo de estudio queda difícil deducir con exactitud cuál es el motivo de su existencia en esta señal. Al no poder encontrar un valor propio de la magnitud de las frecuencias donde se pudiera comparar con alguna condición impuesta en el banco, se buscaron otras técnicas aparte del espectro de frecuencias, como pueden ser la Transformada Wavelet, capaz de representar la señal en una resolución temporal y en una resolución frecuencial. No obstante, estas técnicas sólo demostraron ser aplicables hacia un mantenimiento predictivo, en donde por medio de los cambios en los niveles de frecuencia, podrá informar con tiempo un daño localizado en algún elemento del rodamiento o en la maquina, pero no se podrá cuantificar los valores de presión que sufren las piezas.

Ninguna técnica de análisis de señales de rodamiento revisada en esta base bibliográfica, ha descrito un modelo experimental que analice el comportamiento dinámico de rodamiento que contengan las tensiones y fuerzas de reacción generadas por el contacto de sus elementos rodantes con las pistas.

Por tal razón, se lleva a cabo un estudio de los modelos matemáticos de rodamientos publicados que hallan sido comparados o validados con algún modelo experimental.

2.2 Modelo analítico

Llamado también modelo matemático, es el encargado de predecir el comportamiento dinámico del rodamiento y de sus elementos rotativos. Por medio del modelo analítico, se espera obtener resultados en deformación de contacto de los elementos rodantes sobre las pistas, estos resultados describirán las zonas de carga de un rodamiento bajo diferentes estados de rotación y carga.

En esta investigación se realizaron tres procedimientos para obtener el modelo analítico:

- **Ley de contacto de Hertz:** Formulación analítica del contacto entre dos cuerpos deformables.
- **Modelo Jones- Hertz (Harris):** Método de equilibrio de fuerza con la teoría de contacto elástico de Hertz.
- **Modelo analítico de Harsha:** Método de energía y ecuaciones diferenciales de Lagrange.

2.2.1 Ley de contacto de Hertz

La ley de Hertz se aplica siempre a casos de contacto de superficies estáticas, aquellos donde se cumple las condiciones de equilibrio mostrado en la siguiente figura 2-6:

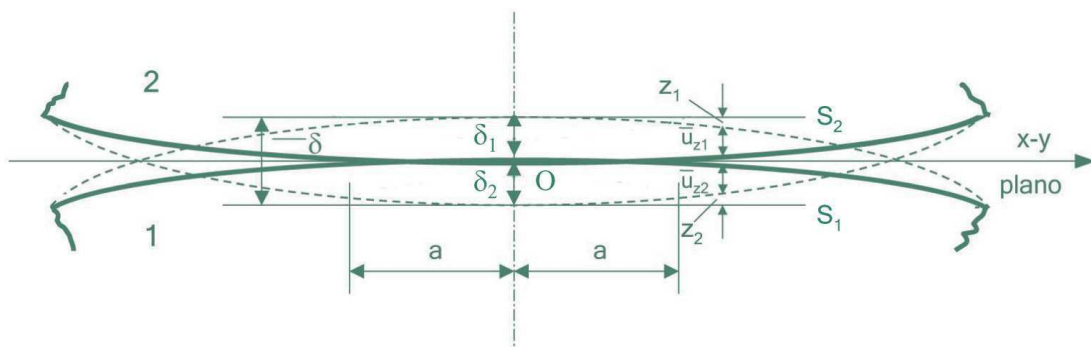


Figura 2-6: Análisis de contacto entre superficies.

En la figura 2-6 se muestra cuando dos cuerpos sólidos entran en contacto en un único punto, bajo la acción de la fuerza que cada uno de ellos ejerce sobre el otro (que se suele denominarse “carga”) se deforman en la región del primer contacto. De este

manera, el área de contacto es finita, aunque pequeña comparada con las dimensiones de los dos cuerpos. La forma del área de contacto, el modo en que ésta aumenta de tamaño y la distribución de tensiones en dicha región se adquiere de la relación de la geometría de los cuerpos y de la carga aplicada. Los datos que se obtienen de la ley de contacto superficial (ley de Hertz) se refieren a la tensión soportada en la zona de contacto de las superficies llamada geometría de huella.

Es por esto necesario definir la geometría del problema considerando dos sólidos en contacto en un punto. Este punto inicial es el origen del sistema de coordenadas (ver Figura 2-6). Las dos superficies tienen en este punto un plano tangente común en el plano x-y, mientras que habrá dos semiejes positivos Z_1 y Z_2 , orientados en sentidos opuestos.

Al ser comprimidos los sólidos, el contacto se extiende a un área elipsoidal de semiejes a y b. Si no hubiera deformación, las dos superficies se habrían desplazado según las líneas discontinuas a una distancia total δ .

Para aplicar este análisis al problema presentado, se supondrá que los dos cuerpos son comprimidos uno contra el otro, lo que tiene como resultado el acercamiento de los mismos en una pequeña distancia δ , que representa el desplazamiento total que habrían experimentado las dos superficies en ausencia de deformación. La deformación cerca del punto de contacto, que se considera reversible ya que el fenómeno se considera elástico, hace que ambos cuerpos estén en contacto en una superficie pequeña y finita.

Pero hay algunas consideraciones para esta ley a tener en cuenta a realizar un modelo dinámico de un rodamiento con base analítica.

- Las superficies son continuas y no conformes.
- Cada sólido se considera como un semiplano infinito para el cálculo elástico, lo que implica que las dimensiones del área de contacto son pequeñas en comparación con las dimensiones de cada cuerpo y además, en relación con los radios de curvatura de las superficies.
- Las deformaciones son pequeñas en el área de contacto (consecuencia de la suposición anterior) por lo que puede aplicarse la teoría lineal de la elasticidad.

- Se supone que no existe fricción entre ambas superficies.

Como se muestra al principio de este enunciado, la ley básica de Hertz solo opera en condiciones estáticas, difícil de aplicar a la geometría y condiciones del rodamiento. Jones [15] realiza una modificación de esta ley para poder adaptarla a la geometría de las piezas de contacto para un rodamiento. Harris describe la zona de carga con propiedades

2.2.2 Modelo analítico Jones-Harris

Fue uno de los primeros modelos analíticos planteados para calcular y predecir el comportamiento dinámico del rodamiento, determinando la deformación de contacto de cada bola con respecto a un ángulo de posición Ψ . Jones realiza una modificación de la ley de Hertz para adaptar las ecuaciones de contacto a la geometría del rodamiento. Harris publica esta modificación para diferentes tipos de rodamiento de bola y de rodillos.

En el capítulo III de esta tesis se desarrollara este modelo analítico para rodamientos de rodillos cilíndricos como modelo de validación y comparación para otros modelos propuestos en esta investigación.

2.2.3 Modelo analítico de Harsha

En la figura. 2-7 se muestra un sistema mecánico motor-rodamiento, la configuración utilizada para conformar el modelo analítico que se presenta. El sistema consiste en un motor conectado al anillo interior de un rodamiento, con el eje exterior fijo al soporte.

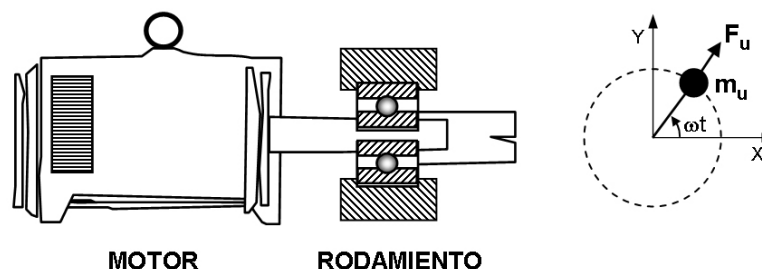


Figura 2-7: Sistema mecánico motor-rodamiento.

Se utilizará la formulación de Lagrange para calcular la posición de los elementos rodantes y de la pista interior (coordenadas independientes generalizadas)

considerando en el modelo el contacto bola-pista de rodadura como un sistema elástico no-lineal.

Las ecuaciones del movimiento del sistema motor-rodamiento se pueden calcular utilizando la ecuación (2.2):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial U}{\partial q} = F \quad (2.2)$$

Donde q es el vector de la coordenada generalizada, F representa a las fuerzas generalizadas, T es la energía cinética total y U es la energía potencial total.

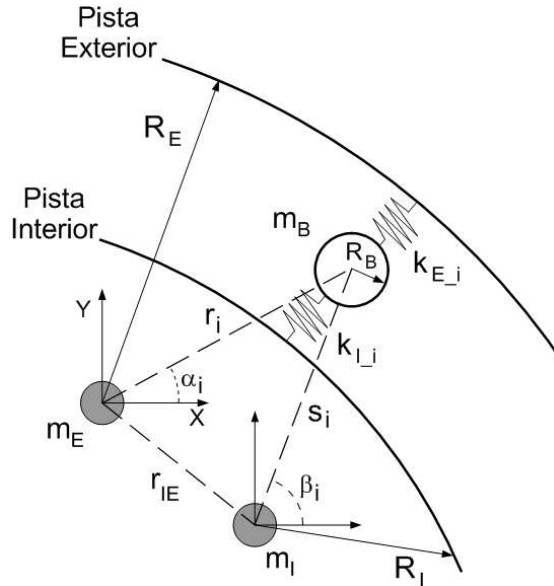


Figura 2-8: Modelo geométrico del rodamiento.

Las coordenadas usadas en el modelo analítico están referenciadas a la pista exterior, que es fija. En la figura 2-8 se muestra el modelo geométrico usado: la posición del centro de los elementos rodantes y la posición del centro de la pista interior, referidos siempre al centro de la pista de rodadura exterior [46].

El radio del elemento rodante R_B , la pista interior R_I y el radio de la pista exterior R_E (ver fig. 2.8) se consideran invariables. Sin embargo, la distancia entre el centro de la pista exterior y el centro de la pista interior r_{IE} (donde $r_{IE} = \{x_{IE}, y_{IE}\}$) la distancia entre el centro de los elementos rodantes y el centro de la pista exterior r_i y la distancia entre el centro de los elementos rodantes y el centro de la pista interior s_i variarán en el tiempo.

También cambiarán con el tiempo, la posición angular del centro de cada elemento rodante ‘ i ’ respecto al centro de la pista exterior es α_i ; y la posición angular del centro de cada elemento rodante ‘ i ’ respecto al centro de la pista interior es β_i .

Las masas se denominarán como: m_B la de cada elemento rodante, m_I la del anillo interior, m_E la del anillo exterior y m_M la masa del rotor del motor.

En la figura 2-8 también se describe el contacto no-lineal entre cada elemento rodante ‘ i ’ y cada pista de rodadura, donde cada elemento rodante es considerado como el conjunto de dos resortes no-lineales: uno que define el contacto elemento rodante-pista interior k_{I-i} y otro, el contacto elemento rodante-pista exterior k_{E-i} .

La energía cinética total y la energía potencial total se obtendrán aplicando el teorema cinético de Koenig y la teoría del contacto de Hertz.

Así, la energía cinética total T_T del sistema motor-rodamiento será la suma de la variación de la energía cinética en la pista interior T_I , en los ‘ Z ’ elementos rodantes T_{B-i} y en el motor T_M (ecuación 2.3):

$$T_T = T_I + \sum_{i=1}^Z T_{B-i} + T_M \quad (2.3)$$

La energía potencial total U_T del sistema motor-rodamiento será la suma de la variación de la energía potencial en la pista interior U_I , en los ‘ Z ’ elementos rodantes U_{B-i} , en el motor U_M y la energía potencial de deformación U_{D-i} en el contacto de cada elemento rodante-con las pistas de rodadura (ecuación 2.4):

$$U_T = U_I + \sum_{i=1}^Z U_{B-i} + U_M + \sum_{i=1}^Z U_{D-i} \quad (2.4)$$

Como se ha mencionado anteriormente, para el estudio de las características vibratorias de los rodamientos de bolas, el contacto bola-pista de rodadura se puede considerar como un sistema masa-resorte (no se contempla el amortiguamiento) donde el anillo exterior está fijo a un soporte rígido y el anillo interior es solidario al eje de un motor. La deformación elástica producida entre las bolas y las pistas establece una relación no-lineal entre fuerza y deformación que puede obtenerse aplicando la teoría de Hertz, simulando resortes no-lineales (ver fig. 2.8).

La primera consecuencia de la aplicación de la teoría clásica de la elasticidad de Hertz al problema del punto de contacto entre la bola y la pista, es el hecho de que se genera un área de contacto de forma elíptica. Es importante conocer esta área de contacto elíptica, que dependerá de las curvaturas de las superficies involucradas, para determinar la presión o la fuerza en el contacto. Por tanto, es necesario averiguar ciertos parámetros de las curvaturas de las superficies en contacto, para calcular la fuerza de contacto.

Así, adoptando la nomenclatura establecida en la figura 2.9, el parámetro suma de curvaturas se obtiene siguiendo la ecuación 2.5, descrita en la ley de Hertz como:

$$\sum \rho = \rho_{A1} + \rho_{A2} + \rho_{B1} + \rho_{B2} = \frac{1}{r_{A1}} + \frac{1}{r_{A2}} + \frac{1}{r_{B1}} + \frac{1}{r_{B2}} \quad (2.5)$$

Y el parámetro diferencia de curvaturas puede expresarse como la ecuación (2.6):

$$F(\rho) = \frac{(\rho_{A1} - \rho_{A2}) + (\rho_{B1} - \rho_{B2})}{\sum \rho} \quad (2.6)$$

Los parámetros r_{A1} , r_{A2} , r_{B1} , r_{B2} , ρ_{A1} , ρ_{A2} , ρ_{B1} y ρ_{B2} dependerán de las pistas de rodadura interna y externa y del radio de las bolas, como se muestra en la figura 2-9.

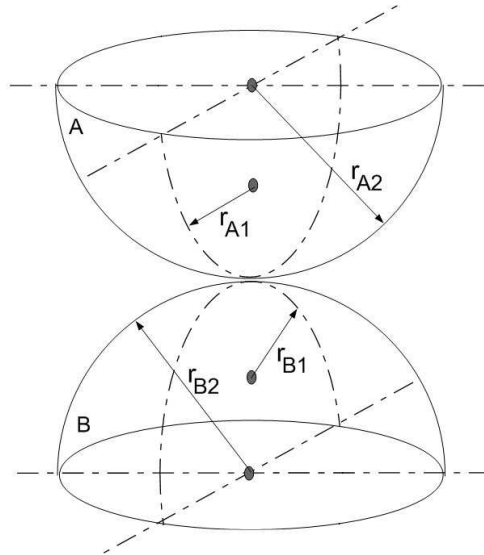


Figura 2-9: Parámetros geométricos considerados en el punto de contacto bola-pista de rodadura.

Si se considera el contacto perfecto (sin desalineación) entre la bola (de radio R_B) y la pista interior (de radio R_I) entonces resultan las expresiones (ecuación 2.7):

$$\begin{aligned} r_{A1} &= R_B; & r_{A2} &= R_B; & r_{B1} &= R_I; & r_{B2} &= R_B \\ \rho_{A1} &= \frac{1}{R_B}; & \rho_{A2} &= \frac{1}{R_B}; & \rho_{B1} &= \frac{1}{R_I}; & \rho_{B2} &= \frac{-1}{R_B} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Donde las ' ρ ' representan las curvaturas y las ' r ' los radios de curvatura.

Sin embargo, si lo que se considera es el contacto perfecto (sin desalineación) entre la bola y la pista exterior (de radio R_E) entonces resultan las expresiones (ecuación 2.8):

$$\begin{aligned} r_{A1} &= R_B; & r_{A2} &= R_B; & r_{B1} &= R_E; & r_{B2} &= R_B; \\ \rho_{A1} &= \frac{1}{R_B}; & \rho_{A2} &= \frac{1}{R_B}; & \rho_{B1} &= \frac{-1}{R_E}; & \rho_{B2} &= \frac{-1}{R_B} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Aunque el radio de curvatura es siempre positivo, con la curvatura no ocurre lo mismo. En esta investigación se establece el siguiente convenio de signos: superficies convexas, signo positivo y superficies cóncavas, signo negativo.

El desplazamiento relativo δ (o deformación) entre dos superficies de acero que están en contacto está dado por la ecuación (2.9):

$$\delta = 2,79 \times 10^{-4} \delta^* Q^{2/3} \left(\sum \rho \right)^{1/3} \quad (mm) \quad (2.9)$$

Donde δ^* es función de $F(\rho)$ (figura. 2-10).

Así mismo, la fuerza (Q) ejercida en el contacto vendrá dada por la ecuación 2.10:

$$Q = \left[2,15 \times 10^5 \left(\delta^* \right)^{-3/2} \left(\sum \rho \right)^{-1/2} \right] \delta^{3/2} \quad (N) \quad (2.10)$$

Esta fuerza puede expresarse de manera simple como una relación no-lineal carga-deformación (ecuación 2.11):

$$Q = C \delta^{3/2} \quad (N) \quad (2.11)$$

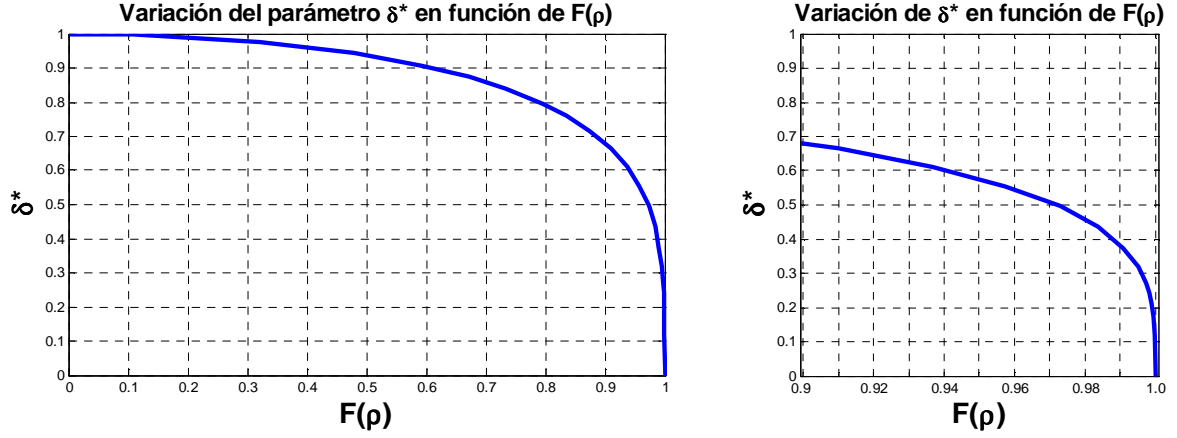


Figura 2-10: Variación del parámetro dimensional del contacto δ^* en función de $F(\rho)$.

Si a la relación entre la carga Q y la deformación δ , de la ecuación 2.11, se le quiere dar una apariencia lineal, puede ser reinterpretada sustituyendo la constante que las relaciona C por una variable no lineal k (ecuación 2.12):

$$Q = k\delta = \left[2,15 \times 10^5 (\delta^*)^{-3/2} (\sum \rho)^{-1/2} (\delta)^{1/2} \right] \delta \quad (N) \quad (2.12)$$

La constante de rigidez del resorte equivalente al contacto bola-pista interior o bola-pista exterior puede calcularse según la ecuación 2.13:

$$k_{Pista} = 2,15 \times 10^5 (\delta_{Pista}^*)^{-3/2} (\sum \rho)_{Pista}^{-1/2} (\delta)^{1/2} \quad \left(\frac{N}{mm} \right) \quad Pista = (I, E) \quad (2.13)$$

Entonces, la constante de rigidez efectiva en el contacto entre una bola y las dos pistas de rodadura puede expresarse como (ecuación 2.14):

$$k = \frac{1}{\left(\frac{1}{k_I^{1/n}} + \frac{1}{k_E^{1/n}} \right)^n} \quad (2.14)$$

En la ecuación (2-11) los parámetros δ_I^* y δ_E^* se obtienen de los valores $F(\rho)_I$ y $F(\rho)_E$ mediante tablas descritas en la referencia [7] o en las gráficas como la de la figura 2-10.

Como se ha observado anteriormente, para conseguir las ecuaciones del movimiento es necesario calcular los valores de la energía cinética T y de la energía potencial U en cada uno de los componentes mecánicos (ecuaciones 2.15).

$$\begin{aligned} T_I &= f(\dot{x}_{IE}, \dot{y}_{IE}, \dot{\beta}_i) & U_I &= f(y_{IE}) \\ T_B &= f(r_i, \dot{r}_i, \dot{\alpha}_i) & U_B &= f(r_i, \alpha_i) \\ T_M &= f(\dot{x}_{IE}, \dot{y}_{IE}, \dot{\beta}_i) & U_M &= f(y_{IE}) \\ & & U_{D-i} &= f(\delta_{I-i}, \delta_{E-i}) \end{aligned} \quad (2.15)$$

El valor de δ_{I-i} y δ_{E-i} puede determinarse (ver figura 2-8) a partir de la modificación de las distancias del centro de cada bola respecto al centro de la pista interior s_i y de la pista exterior r_i (ecuaciones 2.16 y 2.17):

$$\delta_{I-i} = f(s_i) \quad \Rightarrow \quad \delta_{I-i} = (R_I + R_B) - s_i \quad (2.16)$$

$$\delta_{E-i} = f(r_i) \quad \Rightarrow \quad \delta_{E-i} = (R_E - R_B) - r_i \quad (2.17)$$

Esto permitiría calcular el valor de la energía potencial elástica U_{D-i} , como (ecuación 2-18):

$$U_{D-i} = f(\delta_{I-i}, \delta_{E-i}) = f(x_{IE}, y_{IE}, r_i, \alpha_i) \quad (2.18)$$

Donde la distancia del centro de una bola ‘i’ respecto al centro de la pista interior es s_i y puede estimarse como (ecuación 2.19):

$$s_i = f(x_{IE}, y_{IE}, r_i, \alpha_i) \quad (2.19)$$

O más explícitamente como (ecuación 2.20):

$$s_i = \sqrt{x_{IE}^2 + y_{IE}^2 + 2 r_i x_{IE} \cos \alpha_i + 2 r_i y_{IE} \sin \alpha_i + r_i^2} \quad (2.20)$$

Las coordenadas generalizadas utilizadas para definir el estado mecánico del sistema serán: r_j ($j=1, 2, \dots, Z$), x_{IE} y y_{IE} . La velocidad angular del anillo interior $\dot{\beta}_i$ se considera constante y el arco entre los centros de dos bolas consecutivas es

también constante. Observando la figura 2-8, se puede llegar a la ecuación 2.21 donde se localiza la posición angular del centro de las bolas como:

$$\begin{aligned}\alpha_i &= f(x_{IE}, y_{IE}, r_i, \beta_i) \Rightarrow \alpha_i = \omega_{Jaula} t \\ \alpha_{i+j} &= \alpha_i + j \frac{2\pi}{Z} \quad j=1, 2, \dots, (Z-1)\end{aligned}\quad (2.21)$$

Para la coordenada generalizada r_i , donde $i=1, 2, \dots, Z$, las ecuaciones del movimiento son (ecuación 2.22):

$$\begin{aligned}m_B \ddot{r}_i + m_B g \sin \alpha_i + m_B r_i (\dot{\alpha}_i^2 + 2\ddot{\alpha}_i + 1) - k_I [\delta_{I-i}]_{ZC} \frac{\partial s_i}{\partial r_i} + \frac{1}{2} [\delta_{I-i}]_{ZC}^2 \frac{\partial k_I}{\partial r_i} \\ + \frac{1}{2} [\delta_{E-i}]_{ZC}^2 \frac{\partial k_E}{\partial r_i} + k_E [\delta_{E-i}]_{ZC} = 0, \quad j=1, 2, \dots, Z\end{aligned}\quad (2.22)$$

Para la coordenada generalizada x_{IE} la expresión ecuación será (ecuación 2.23):

$$(m_I + m_M) \ddot{x}_{IE} - \sum_{i=1}^Z k_I [\delta_{I-i}]_{ZC} \frac{\partial s_i}{\partial x_{IE}} = F_u \sin(\omega t) \quad (2.23)$$

Para la coordenada generalizada y_{IE} la expresión ecuación será (ecuación 2.24):

$$(m_I + m_M) \ddot{y}_{IE} + (m_I + m_M) g - \sum_{i=1}^Z k_I [\delta_{I-i}]_{ZC} \frac{\partial s_i}{\partial y_{IE}} = W + F_u \cos(\omega t) \quad (2.24)$$

El resultado es un sistema de $(Z+2)$ ecuaciones diferenciales no-lineales de segundo orden. Para esto, es necesario tener determinado la posición angular del centro de las bolas, lo cual puede lograrse mediante la expresión algebraica de la ecuación 2.20.

El subíndice ‘ZC’ (Zona de Carga) en las ecuaciones 2.22, 2.23 y 2.24 indica si hay compresión en el punto de contacto o no. Entonces la deformación en el punto de contacto puede ser calculada como se aprecia en las ecuaciones 2.25 y 2.26:

$$\begin{cases} Si \ \alpha_i \in LZ \Rightarrow \delta_{I-i} = f(s_i) \\ Si \ \alpha_i \notin LZ \Rightarrow \delta_{I-i} = 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

$$\begin{cases} Si \ \alpha_i \in LZ \Rightarrow \delta_{E-i} = f(r_i) \\ Si \ \alpha_i \notin LZ \Rightarrow \delta_{E-i} = 0 \end{cases} \quad (2.26)$$

El vector fuerza generalizado, para un motor con muy ligero desequilibrio, es una fuerza F_u , (figura 2.8).

Los resultados obtenidos de las coordenadas generalizadas (x_{IE} , y_{IE}) representan las vibraciones del sistema motor-rodamiento. Estos resultados se exponen en el artículo [23] dando respuesta a las trayectorias del centro de las bolas, del centro de aro interno sobre el plano X-Y, sin poder dar respuesta en conceptos como zona de carga, o deformación de contacto entre los elementos rodantes y las pistas.

En la literatura científica utilizada en esta investigación se han elaborado modelos analíticos de rodamientos, teniendo como base el modelo de Jones-Harris, algunos aportan las ecuaciones diferenciales para determinar los desplazamientos de cada pieza del rodamiento, para luego comparar con el análisis en frecuencia del modelo experimental, otros modifican las ecuaciones diferenciales planteadas por Jones-Harris para determinar con mayor exactitud la deformación de contacto entre pista y bola, utilizando un modelo MEF para su comprobación.

Pero todos esos modelos analíticos contienen los siguientes requerimientos para ser calculados:

- Los anillos internos y externos son tomados como rígidos (sin deformación).
- La jaula porta elementos rodantes permanece a velocidad constante.
- La jaula es rígida.
- No hay deslizamiento en ninguna superficie de contacto.

Los modelos matemáticos no consideran algunas características y condiciones que hacen parte de la respuesta dinámica de un sistema mecánico, debido a que la adición de estas le añade al sistema de ecuaciones diferenciales más variables a considerar, hace que no pueda haber convergencia.

Por esas razones, se necesita la creación de un modelo que involucre amplias condiciones de contorno y que dé respuesta a los fenómenos vibratorios a la deformación por contacto, generados dentro del funcionamiento normal de un rodamiento.

El modelo expuesto por Harris [7], que con la teoría de contacto elástico de Hertz [14] y con adecuación geométrica para rodamientos de Jones [15], propone un método matemático, para determinar la deformación de contacto relativo entre las superficies de los rodillos y las pistas. Harris utiliza la deformación de contacto para describir la zona de carga del rodamiento. Esta zona de carga define la magnitud de la fuerza de reacción de los rodillos sobre la pista externa relativo al ángulo Ψ . El ángulo Ψ es el ángulo que determina la ubicación de los elementos rodantes, con respecto a la línea de carga. Para esta investigación las variables de deformación de contacto que se generan en sus ecuaciones diferenciales, se solucionan con la ayuda del software MatCad™.

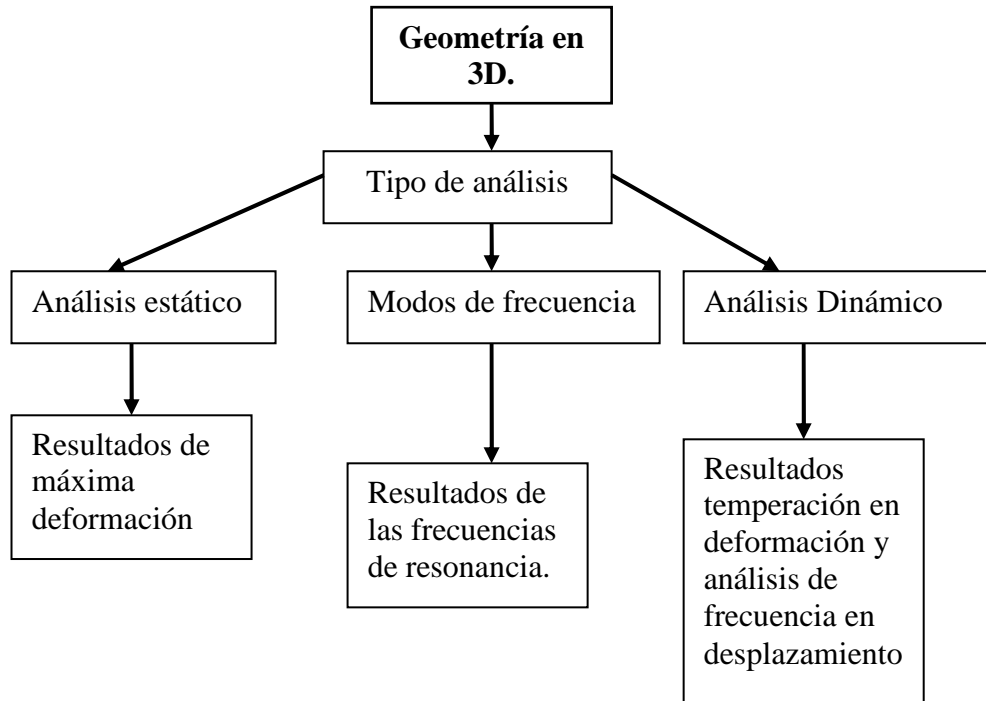
2.3 Modelo numérico

Llamado modelo de simulación. Debido a los altos costos de la elaboración de prototipos mecánicos para ensayos experimentales, se acondicionó una sala de investigación como laboratorio virtual de ensayos de sistemas mecánicos. Para este laboratorio se adquirió el software comercial de análisis, por medio del método de los elementos finitos (MEF) con simulación para eventos mecánicos (MES) en código Algor™ [12], además para el diseño y modelado se incorporó también el software de diseño en 3D SolidWork™ [19] y para los análisis de señales se contaba con los programas incluidos en el software de MatLab [20]. Aprovechando la creación de este laboratorio virtual se propone un modelo numérico de rodamiento para el estudio de la deformación de contacto sobre la pista externa y describir con estos resultados la zona de carga a diferentes frecuencias de giro, adicionalmente se hará un análisis del deslizamiento entre sus elementos rodantes y la pista externa.

Se realizaron varios ensayos para generar un modelo numérico, este modelo numérico debe tener resultados que podrán ser comparados y validados con un modelo homologo de tipo analítico o experimental.

Para estos ensayos se creó primero la geometría del rodamiento siguiendo las dimensiones del rodamiento de bolas tipo FAG 7206 B de contacto angular, este rodamiento se nombrará como rodamiento de geometría en 3D.

En el esquema 5 se muestra la secuencia de estudio para cada tipo de análisis.



Esquema 5: Ensayo de modelos numéricos en 3D.

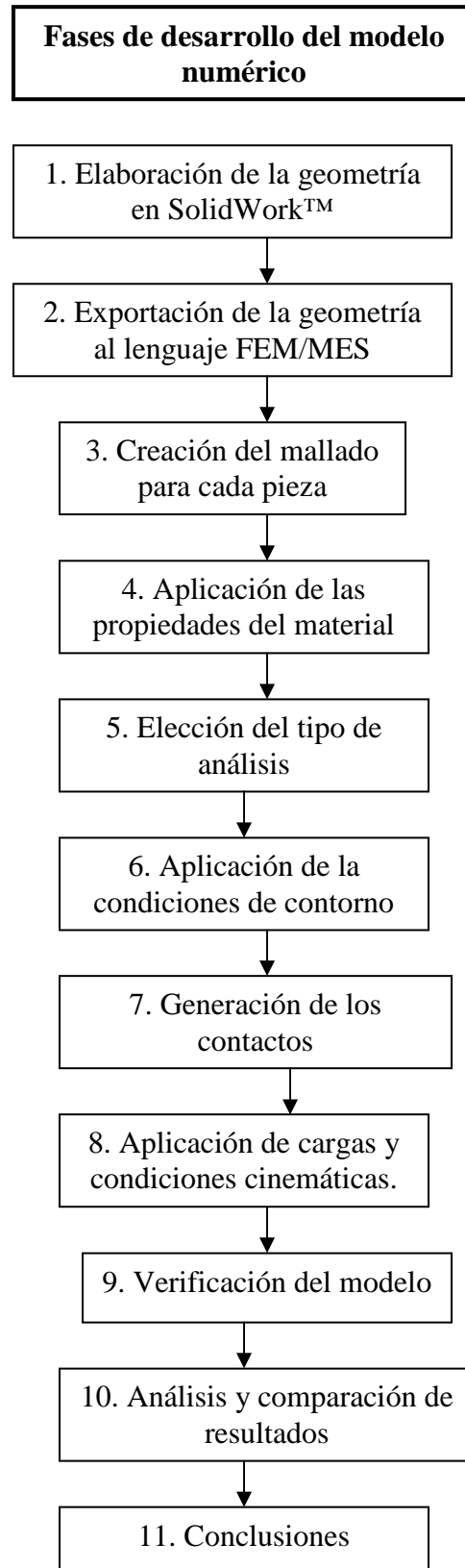
En el esquema 5 se muestra los tipos de análisis que se llevaron a cabo para lograr resultados con un modelo numérico de rodamiento en 3D.

A continuación se describe los estudios de los tipos de análisis aplicados al rodamiento en 3D.

2.3.1 Modelado y análisis del rodamiento en 3D

Se propone la geometría del rodamiento tipo FAG 7206 B. Se busca con el análisis de este modelo, obtener vibraciones generadas por la deformación de las piezas a efectos de carga y rotación.

Se describirá las zonas de carga del rodamiento con tipo de análisis estático y dinámico. Se calcularán los primeros modos de vibración con sus frecuencias de resonancia.



Esquema 6: Pasos para el análisis del modelo numérico del rodamiento en 3D

El esquema 6 muestra las fases de desarrollo para el análisis del modelo del rodamiento en tres dimensiones.

Para llevar a cabo este proceso de análisis, lo primero que se realizó fue la geometría de un rodamiento de contacto de bolas en SolidWorks™ y exportarlo al software ALGOR™, este último reconoce toda la geometría del modelo (figura 2-6).

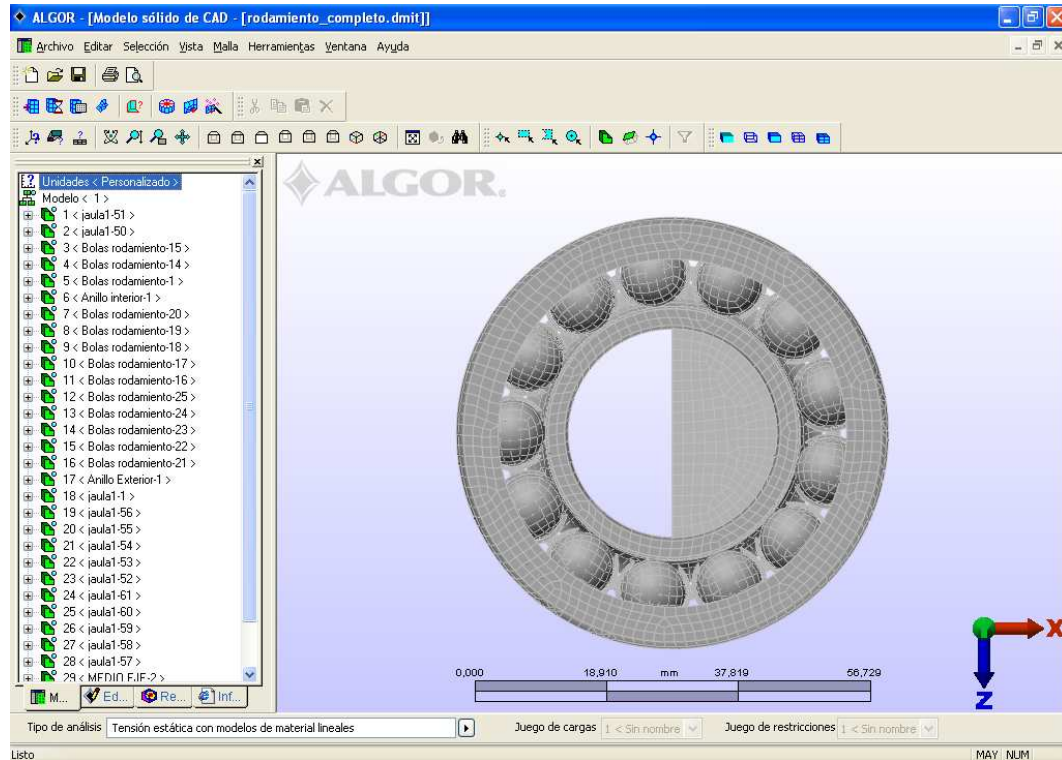


Figura 2-11: Modelo rodamiento 3D en MEF. Mallado y con semieje.

La figura 2-11 muestra la geometría del rodamiento en 3D importado por Algor™ desde SolidWork™, con un semieje para mejor aplicación de la carga radial.

Una vez que se dispone del modelo en CAD del rodamiento, se procede al análisis por elementos finitos. Los pasos dados son los siguientes:

1.- Tipo de análisis: La gran capacidad de cálculo del software permite realizar desde análisis estáticos, hasta análisis de mayor complejidad donde se incluyen simultáneamente: análisis dinámicos, no lineales, de contacto, campos magnéticos, eléctricos, de transmisión de calor, etc.

2.- Generación de la malla para el modelo: El programa utiliza 400 celdas para la formación de la malla en cada pieza del sistema, y esto se conocerá como el 100% de esta opción, algunas piezas estarán malladas al 150%, es decir con 600 celdas. Cada celda se compone de entre tres y cinco elementos. La elección del tipo de elemento que compone la malla y el tamaño de la malla es crítica a la hora de obtener unos buenos resultados en un tiempo razonable. Los modelos se suelen

mallar usando mallado mixto con elementos hexaédricos (bricks) y tetraédricos (tetrahedral) de forma que la geometría quede bien definida. Como las mayores tensiones se suelen tener en superficie, se garantiza una zona de mayor precisión (hexaedros) en superficie. A continuación se explican los tipos de elementos frecuentemente utilizados en los análisis de elementos finitos en 3 D:

- a. **Elementos hexaédricos:** son elementos tridimensionales que pueden tener: cuatro, cinco, seis u ocho nodos. Dan la posibilidad de incorporar nodos en mitad de las caras pudiendo dar lugar a elementos de hasta 21 nodos.



Figura 2-12: Elementos hexaédricos.

- b. **Elementos tetraédricos:** son elementos que pueden tener de cuatro a diez nodos. pueden tener las siguientes formas:



Figura 2-13: Elementos tetraédricos.

Como se ha comentado anteriormente, dentro de la opción de mallado se podrá escoger también el tamaño de la malla, que tendrá que ser lo suficientemente pequeño si se requiere un conocimiento preciso de las tensiones.

3.- Elección del tipo de material: se deberá asignar el tipo de material adecuado a cada elemento del rodamiento. Las propiedades más importantes del elemento que aparecen en la ventana del material seleccionado son:

- Densidad de masa
- Modulo elástico
- Coeficiente de Poison
- Modulo elástico cortante
- Coeficiente de dilatación térmica

4.- Condiciones de contorno: se han de elegir de modo que se aproximen lo más fielmente a las condiciones reales. Para el caso en estudio, se restringen todos los grados de libertad (traslación y rotación en los tres ejes) de todos los nodos de la superficie exterior de la pista externa. El rodamiento va a estar fijo en algún sistema de soporte, también dependiendo de la aplicación, pueden variar ligeramente las condiciones de contorno añadiéndose otras adicionales.

5.- Cargas aplicadas: para terminar, se seleccionan las cargas que se le quieren aplicar al elemento a simular, pudiendo colocar: cargas superficiales, cargas puntuales, cargas térmicas, etc. Las cargas pueden ser dinámicas.

6.- Verificación del modelo: este software permite hacer un chequeo previo del modelo antes de pasar a resolver los sistemas de ecuaciones (cuyo resultado daría el comportamiento del sistema) para verificar que el modelo es congruente y no tiene errores que invaliden el análisis.

7.- Resolución del sistema de ecuaciones y presentación de resultados: después de esperar el tiempo necesario para que el ordenador resuelva el sistema de ecuaciones, el programa ofrece una gran cantidad de información acerca del sistema: tensiones (equivalente Von Mises, equivalente Tresca, principales,...), deformaciones (principales, según direcciones,...), coeficientes de seguridad, entre otros.

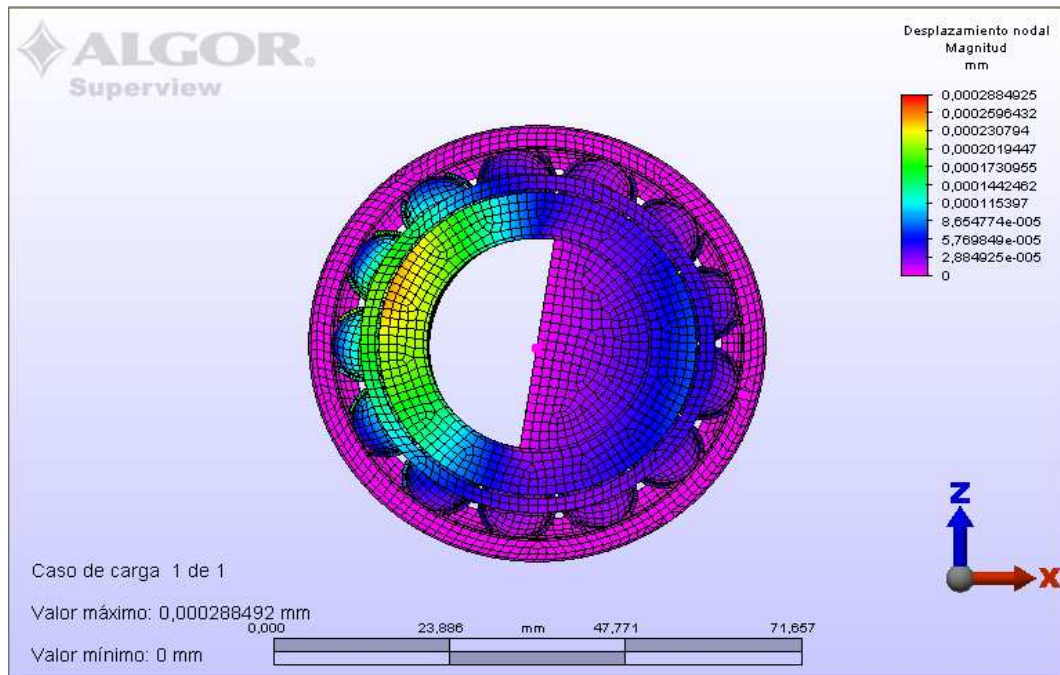


Figura 2-14: resultados de un rodamiento analizado por MEF.

En la figura 2-14 se muestra uno de los resultados del análisis de un rodamiento por medio del programa de elementos finitos, ahora se mostrará los diferentes análisis desarrollados con este modelo y las correspondientes modificaciones realizadas para su optimización.

2.3.1.1 Análisis estático en 3D: El objetivo es determinar cuáles son las máximas tensiones y desplazamientos, que se producen en un rodamiento al aplicarle cargas constantes y con restricciones que lo mantienen en equilibrio. Estos resultados mostraran el máximo desplazamiento que presenta la deformación de un rodamiento bajo carga.

Condiciones aplicadas:

- *Tipo de contacto entre elementos* – Pegado. El hardware utilizado no dispone de suficiente capacidad para generar una solución, al incluir nodos de contacto con superficie en sistema 3D.
- *Tipo de simulación* – análisis en tensión estática con modelo de materiales lineales.
- *Tamaño de la malla* - Malla al 150 %, mallado óptimo para superficies menores en alguno de sus lados menores de 1 mm.
- *Tipo de elementos para el mallado* - Bricks y tetraedros.

- *Restricciones* – Se impide la rotación y desplazamiento del anillo exterior en todas las direcciones.
- *Cargas*: similar a las del modelo experimental.
 - Carga radial: se considera una carga superficial de $0,25 \text{ N/mm}^2$ aplicada sobre la cara superior del medio eje.
 - Carga axial: se va a considerar una carga axial de $0,25 \text{ N/mm}^2$ que estará distribuida en la superficie lateral externa del aro interno.

Las propiedades de los materiales se describirán en la tabla 2-1.

Tabla 2-1: Propiedades de los materiales para el rodamiento.

Propiedades	Densidad ($\text{NS}^2/\text{mm}/\text{mm}^3$)	Mod. elástico (N/mm^2)	Coef de Poison	Mód elástico cortante (N/mm^2)
Pistas, bolas	$7,81 \times 10^{-9}$	210000	0.3	80000
Jaula	$1,22 \times 10^{-9}$	2000	0.38	0

En el análisis de los resultados en un primer paso se va a simular el rodamiento con una de las bolas sobre la línea de fuerza (el rodamiento contiene 13 bolas) y se van girando la posición de las mismas con respecto a esta posición de grado en grado. Se obtiene 15 posiciones distintas, variando desde cero grados hasta trece con ochenta y cuatro grados (tabla 2-2). Posteriormente, se verá como los resultados van a ser muy parecidos para las distintas posiciones que se simulan.

Tabla 2-2: Resultados por cada ubicación de la bola con respecto al ángulo (barrido)

ANGULO	TENSION (N/mm^2)	DESPLAZAMIENTO (mm)
0°	0,5493	$1,634 \times 10^{-3}$
1°	0,883	$9,746 \times 10^{-4}$
2°	0,4173	$8,233 \times 10^{-4}$
3°	0,6549	$1,951 \times 10^{-3}$
4°	0,4867	$1,642 \times 10^{-3}$
5°	0,4895	0
6°	0,485	$9,027 \times 10^{-4}$
7°	0,4416	0
8°	0,525	$7,797 \times 10^{-4}$
9°	0,549	$2,069 \times 10^{-3}$
10°	0,6362	$8,706 \times 10^{-4}$
11°	0,326	$1,009 \times 10^{-3}$
12°	0,4874	$1,312 \times 10^{-3}$
13°	0,5559	$8,135 \times 10^{-4}$
13,84°	0,7521	$1,472 \times 10^{-3}$

Una vez obtenido los resultados, algunas de las conclusiones obtenidas de los mismos son:

- Existe un gran error en estas simulaciones. Al implementar elementos pegados, se comprueba que las máximas tensiones se producen en los contactos de las bolas con las pistas, fuera de la zona de carga del rodamiento, porque al ejercer presión radial sobre un sector del sistema, la deformación ejercida por la presión a algunas piezas hace que los nodos que se encuentran fuera de su influencia estiren, generando mayor tensión y por consiguiente datos erróneos dentro de la zona de carga, como se puede observar en la figura 2-15.

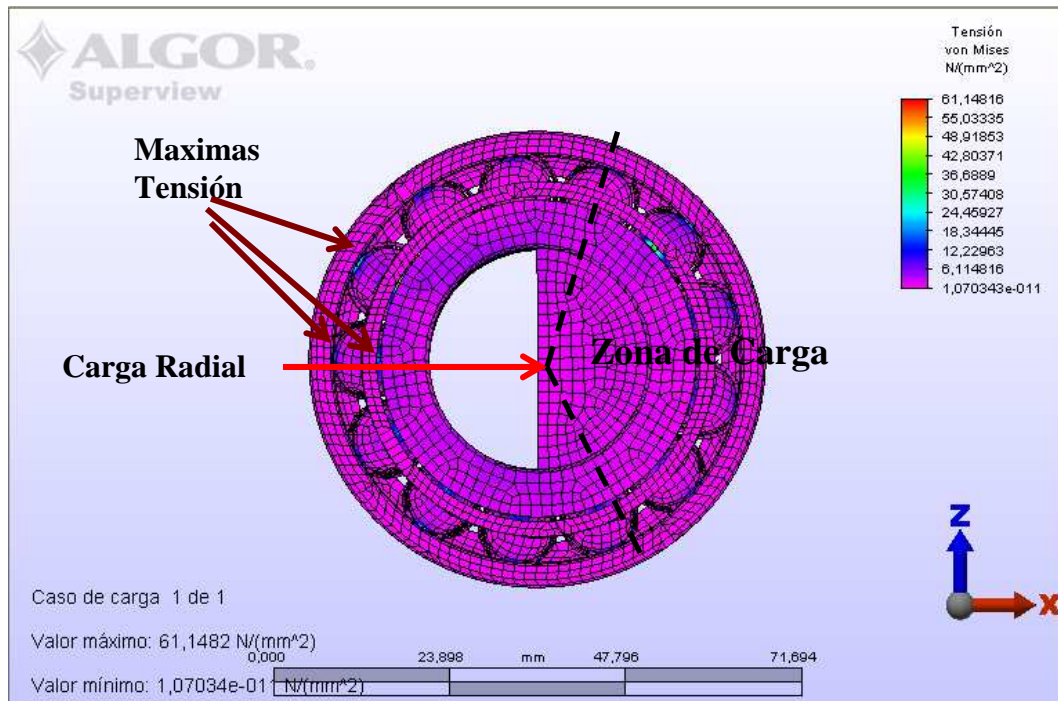


Figura 2-15: Resultados de las máximas tensiones bajo análisis estático.

Según referencias, las tensiones deben localizarse dentro de la zona de carga del rodamiento, en la figura 2-15 muestra tensiones fuera de esta zona, esto difiere con criterios de la mecánica. Para intentar solventar esto, se procede a realizar una modificación en el tipo de ensayo, estas modificaciones no pueden llevar contacto libre, porque al generar este tipo de contacto entre las piezas del rodamiento se crearían demasiados elementos para el cálculo. Se proponen algunas modificaciones optimizando el modelo para buscar resultados aproximados, estos son algunos de ellos:

- a) No colocar bolas fuera del sector de máximas tensiones de la zona de carga.
- b) Colocar solo tres y cuatro bolas en la zona de máximos valores dentro de la zona de carga (figura 2-17).
- c) Desarrollar un barrido colocando el centro del conjunto de las bolas en diferentes ángulos. Se proponen 0° , 7° y 13° sobre la línea de fuerza.

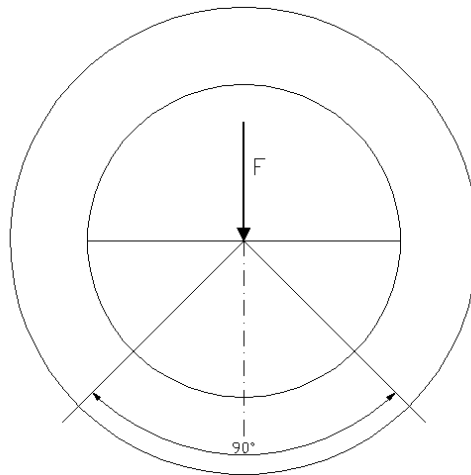


Figura 2-16: Sector de máximas tensiones dentro de la zona de carga.

La figura 2-16 muestra el sector en donde el contacto genera máximos valores dentro de la zona de carga del rodamiento, un sector de aproximadamente 90° con su vértice en el punto de aplicación de la carga, en el centro del eje.

Además se eliminará la jaula para reducir el número de ecuaciones a resolver y optimizar la simulación. Estas simulaciones se van a realizar para tres posiciones distintas (generando un pequeño barrido) en 0° , 7° y $13,84^\circ$.

Las características y condiciones se mantienen para estas simulaciones, aunque solo será aplicada la carga radial sobre el eje de $0,25 \text{ N/mm}^2$.

Se procede a ver los resultados obtenidos de las simulaciones para las 3 posiciones:

- **Posición 0° Grados**

Para esta fase se coloca solo tres bolas, siendo el centro del conjunto, el centro de la bola del medio que se encuentra justo sobre la línea de fuerza, generando un ángulo de 0° . En la figura 2-17 se aprecia la distribución de las tensiones que se produce.

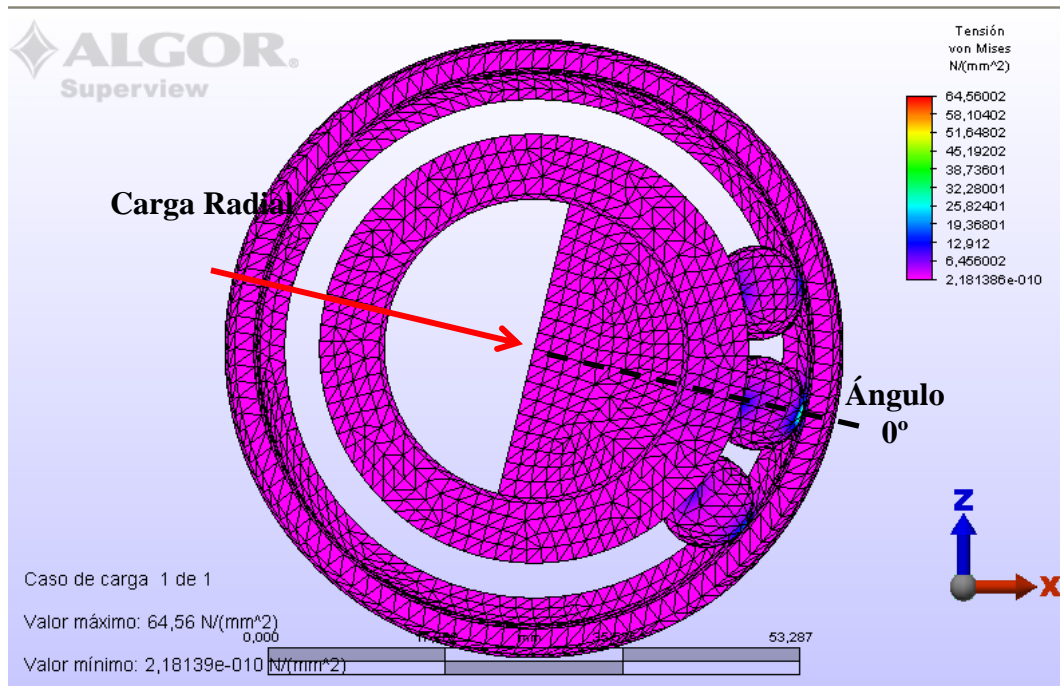


Figura 2-17: resultados de la simulación para tres bolas a 0° .

En la figura 2-17 se observa las máximas tensiones que se producen en la zona de contacto de las bolas con las pistas y en especial sobre la bola que se encuentra en el centro. Este resultado se observa mejor ocultando el anillo interior, apreciando la distribución de las tensiones sobre las bolas (figura 2-18)

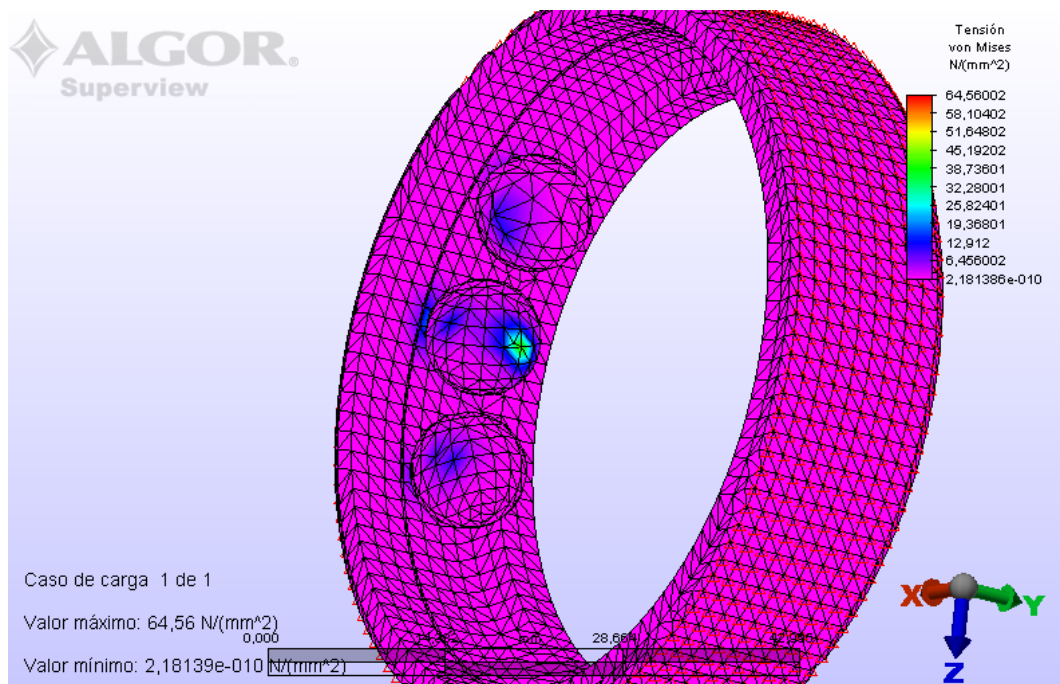


Figura 2-18. Resultados de la distribución de tensiones sobre las bolas

En la figura 2-18 se puede apreciar la tensión ejercida por el anillo interno y cómo las máximas tensión se producen sobre la bola central. Ahora se desea observar el contacto con la pista externa, ocultando también las bolas para ver cómo es la distribución de las tensiones sobre la pista de rodadura del anillo exterior (figura 2-19).

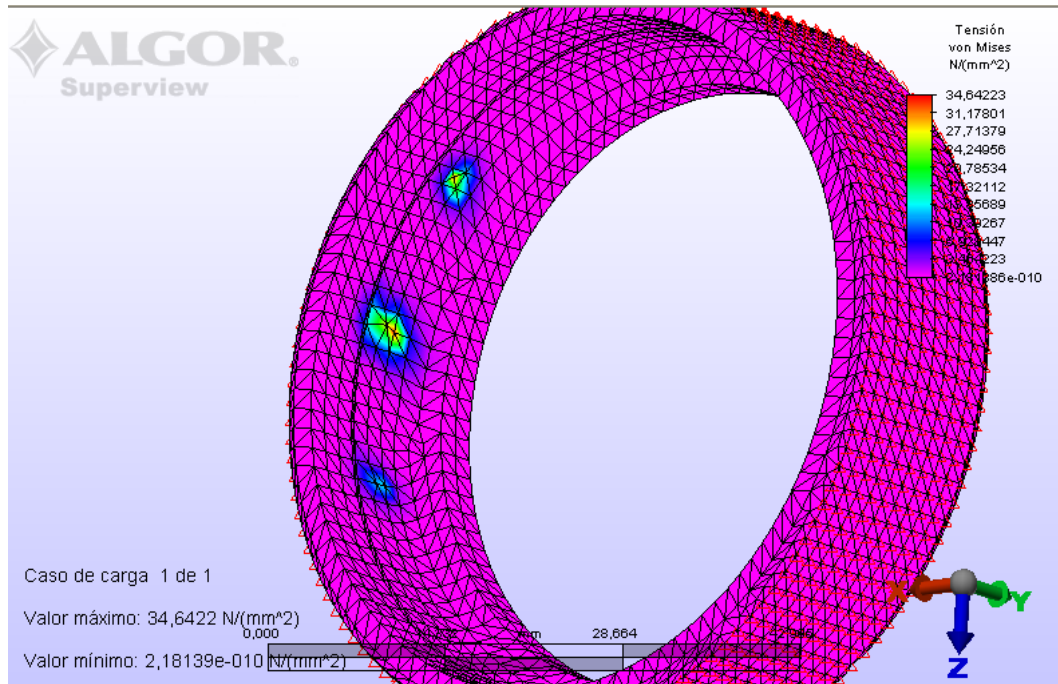


Figura 2-19: Tensiones en la pista externa para tres bolas a 0°

Para esta simulación la máxima tensión la tiene la bola, esto se puede observa relacionando la figura 2-18 y 2-19, es por esto que se ocultan los anillos dejando solo los resultados en las bolas (figura 2-20)

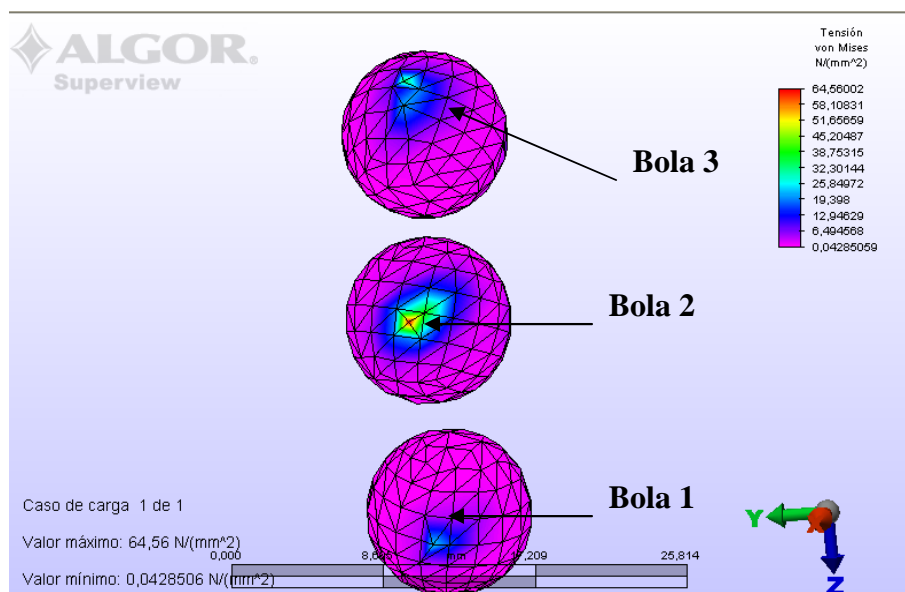


Figura 2-20: Resultados de las tres bolas a 0°.

Con los resultados de la simulación a 0° se obtiene la tabla 2-3 para la figura 2-20:

Tabla 2-3: Tensiones obtenidas mediante simulación en las bolas para la posición de 0°

Rodamiento 0°	Pista externa (N/mm ²)	Pista interna (N/mm ²)
1 Bola	36	13,35
2 Bola	64,56	38,60
3 Bola	24,4	13

Como se aprecia en la tabla 2-3, la bola 2 tiene el elemento de mayor tensión, resultado razonable, mientras que como se puede apreciar la tensión sobre las dos bolas extremas, es inferior debido a la distribución de la curva de carga.

- **Posición 7° Grados**

Para esta simulación el centro de las tres bolas estará a 7° con respecto de la línea de carga. Esta simulación se realiza también para 3 bolas, para poder comparar los resultados con la simulación a 0° (ver figura 2-21).

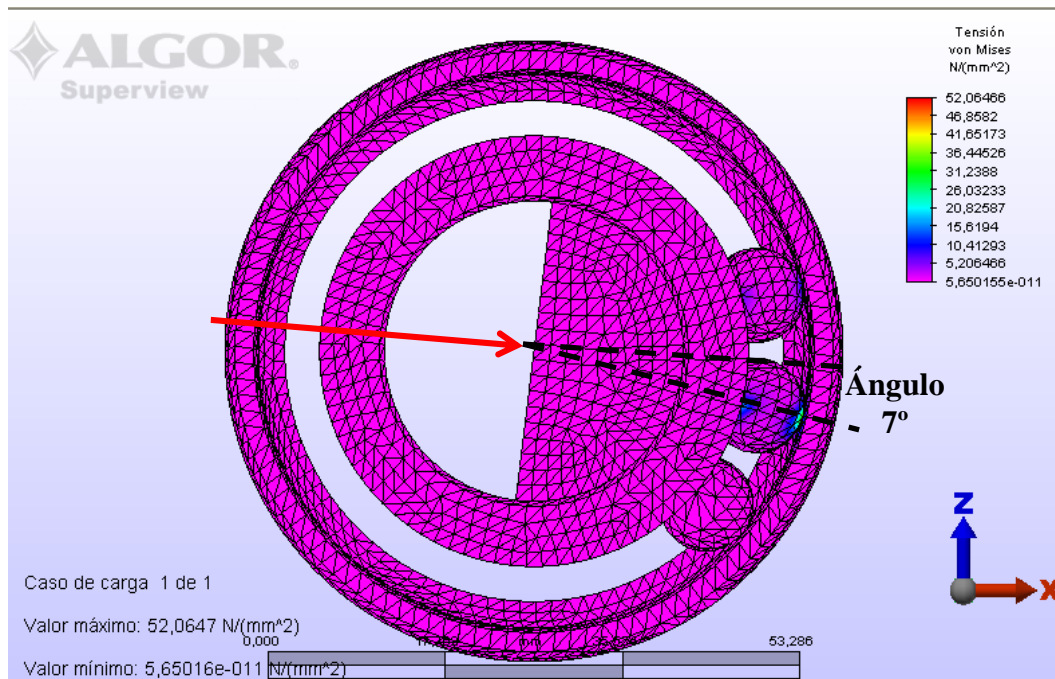


Figura 2-21: Posición del centro del sistema a 7° con respecto línea de carga.

En la figura 2-21 se observa los resultados para este ángulo, como primera descripción se observa disminución en la magnitud de la máxima tensión, ocultando el anillo interior se aprecia cómo se distribuyen las tensiones sobre las bolas. Figura 2-22.

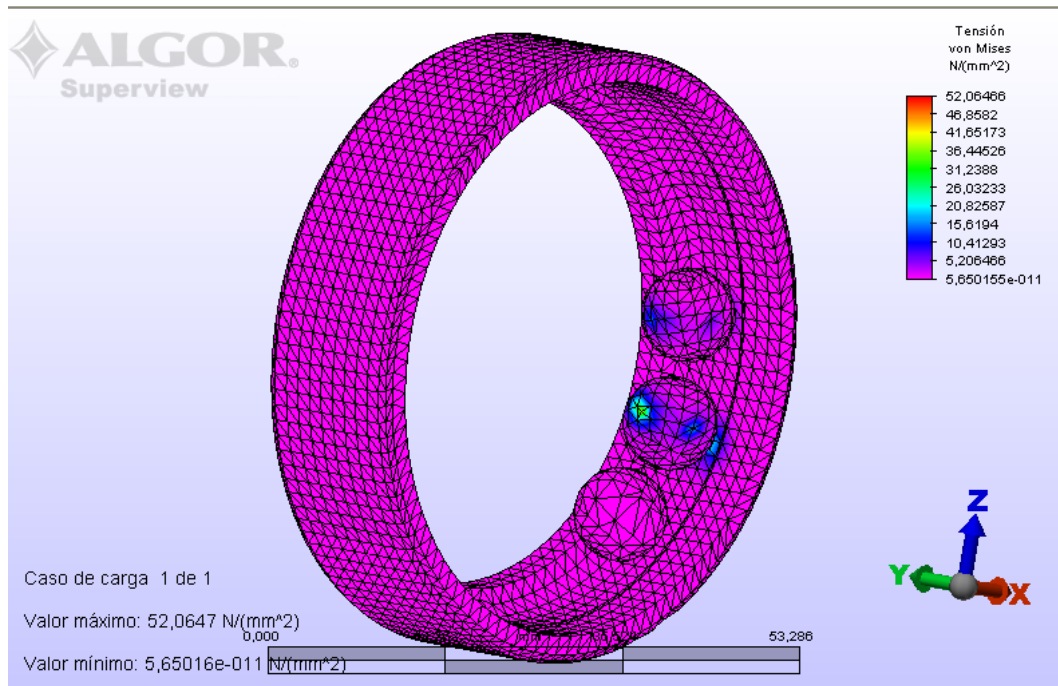


Figura 2-22: Simulación a 7°, ocultando anillo interior.

En la figura 2-22 se puede apreciar cómo las máximas tensiones se producen sobre la bola central, pero la máxima tensión generada en el contacto para esta simulación, se encuentra sobre la superficie de la pista externa. Figura 2-23.

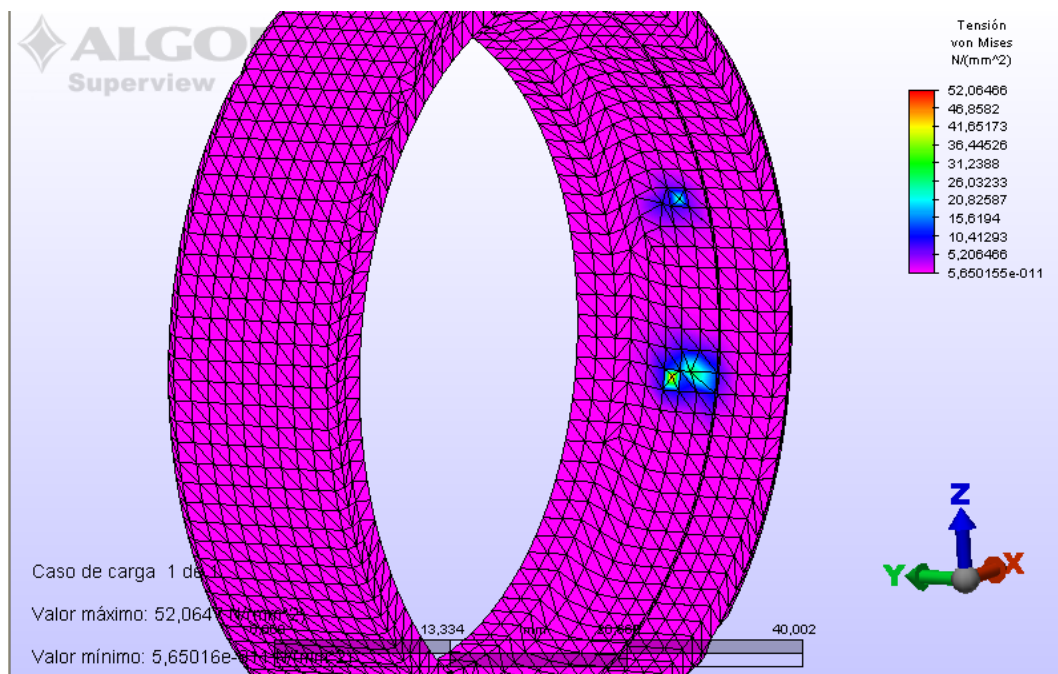


Figura 2-23: Máxima tensión sobre la pista externa a 7°.

A continuación, y siguiendo el tratamiento de la simulación pasada se mostrara los resultados en las bolas.

Los resultados numéricos que se obtienen son:

Tabla 2-4: Tensiones obtenidas mediante simulación en las bolas para la posición de 7°

Rodamiento 7°	Pista externa (N/mm ²)	Pista interna (N/mm ²)
1 bola	10,55	16.05
2 bola	34,2	26,8
3 bola	24,4	0

Por otra parte, prosiguiendo con el barrido, se analizará la simulación a 13.84°, que es la mitad del ángulo de la separación angular de las 13 bolas ($360^\circ/13$).

- **Posición 13,84° Grados**

La diferencia angular es mayor para esta simulación, por eso se llevará a cabo con 4 bolas para una mejor distribución de la carga sobre las bolas, como se podrá ver en la figura 2-19.

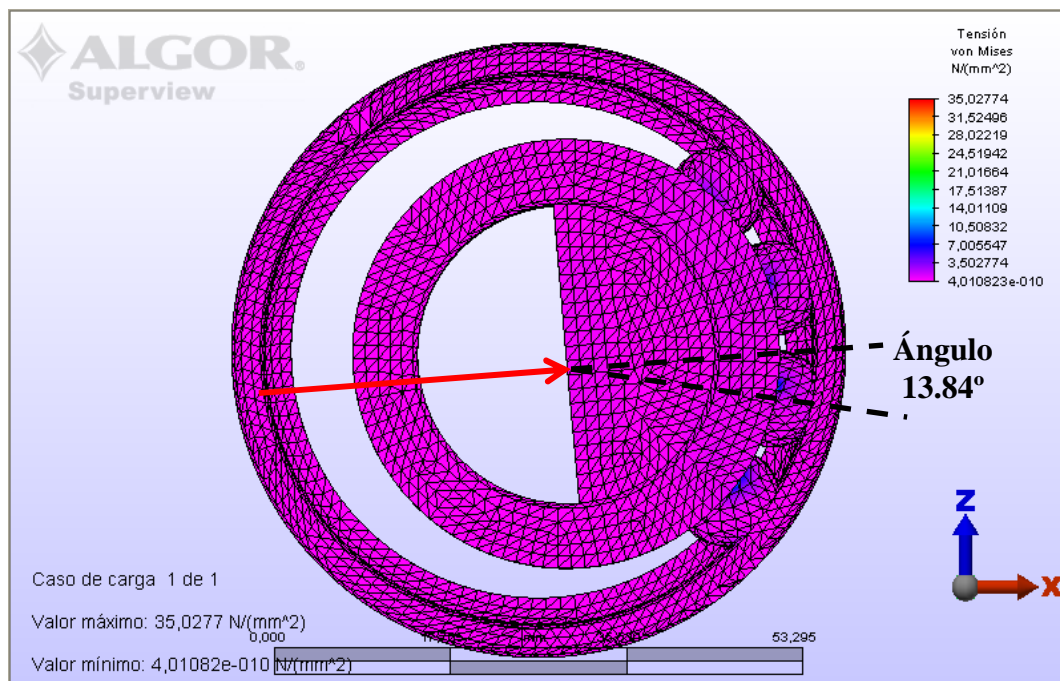


Figura 2-24: Simulación para 4 bolas a 13.84°

La línea de carga se encuentra justo en la mitad de la diferencia angular existente entre las bolas ($27,69^\circ$) por tal razón, las tensiones mostradas en la figura 2-24 son menores que en las anteriores simulaciones; esto sucede no por el número de bolas, sino

por la ubicación de la bolas con respecto a la línea de carga. En la siguiente figura, se describirá mejor al ocultar el anillo interno.

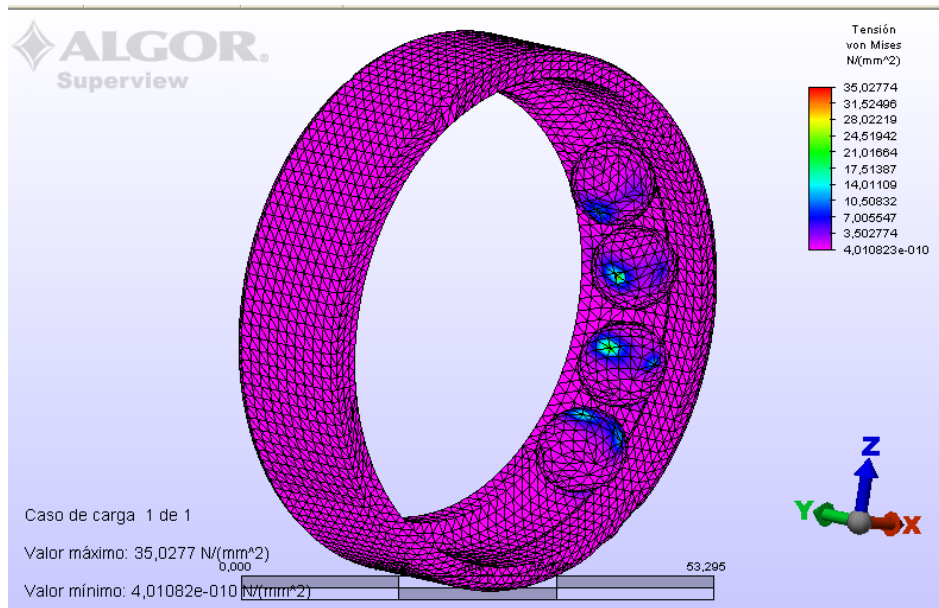


Figura 2-25: Resultados de la simulación en 13.84° con el aro interno oculto.

Las máximas tensiones se distribuyen entre las dos bolas centrales como se espera que se realice el efecto de la carga (figura 2-25), pero no son totalmente simétricas. En la figura 2-26 se muestra cómo el máximo contacto se encuentra en la pista externa.

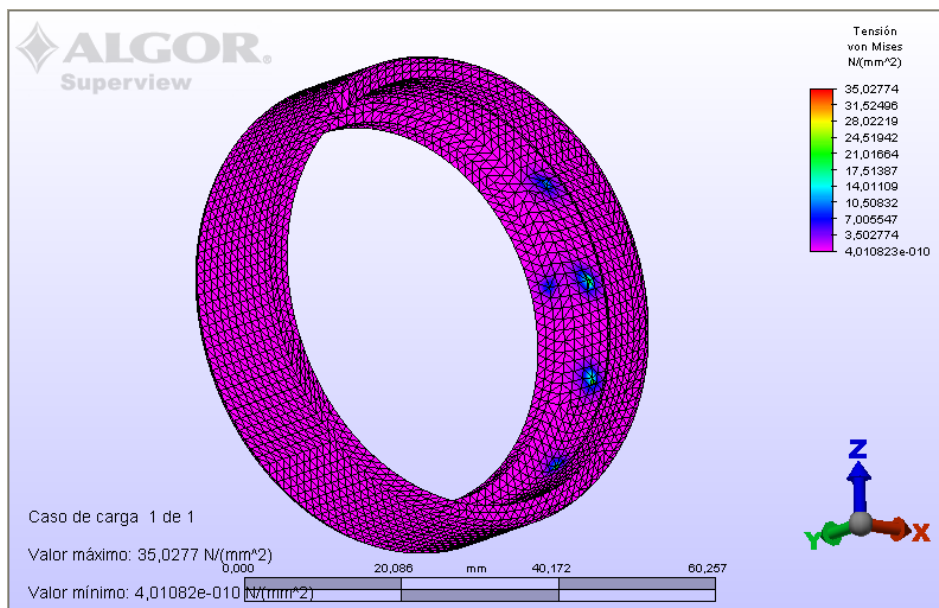


Figura 2-26: simulación de posición 13,84° sin anillo interior y sin bolas

Con esta simulación se puede tener una buena aproximación de los datos de un rodamiento cuando está sometido a carga radial en condiciones estáticas, pero los elementos siguen estando con tipo de contacto pegado, este contacto realiza un esfuerzo a cortante. Por eso, los resultados son sólo aproximaciones con carga estática, dejando sin validez esta aproximación. En la siguiente tabla se muestra la distribución de tensiones sólo en las bolas, con tensiones muy altas que demuestran que son irreales para este tipo de rodamiento.

Tabla 2-5: Tensiones obtenidas mediante simulación en las bolas para la posición de 13,84°

Rodamiento 13,84°	Pista externa (N/mm²)	Pista interna (N/mm²)
<i>1 bola</i>	23,739	11,5
<i>2 bola</i>	30,16	19,75
<i>3 bola</i>	24,428,63	21,9
<i>4 bola</i>	29,63	16,75

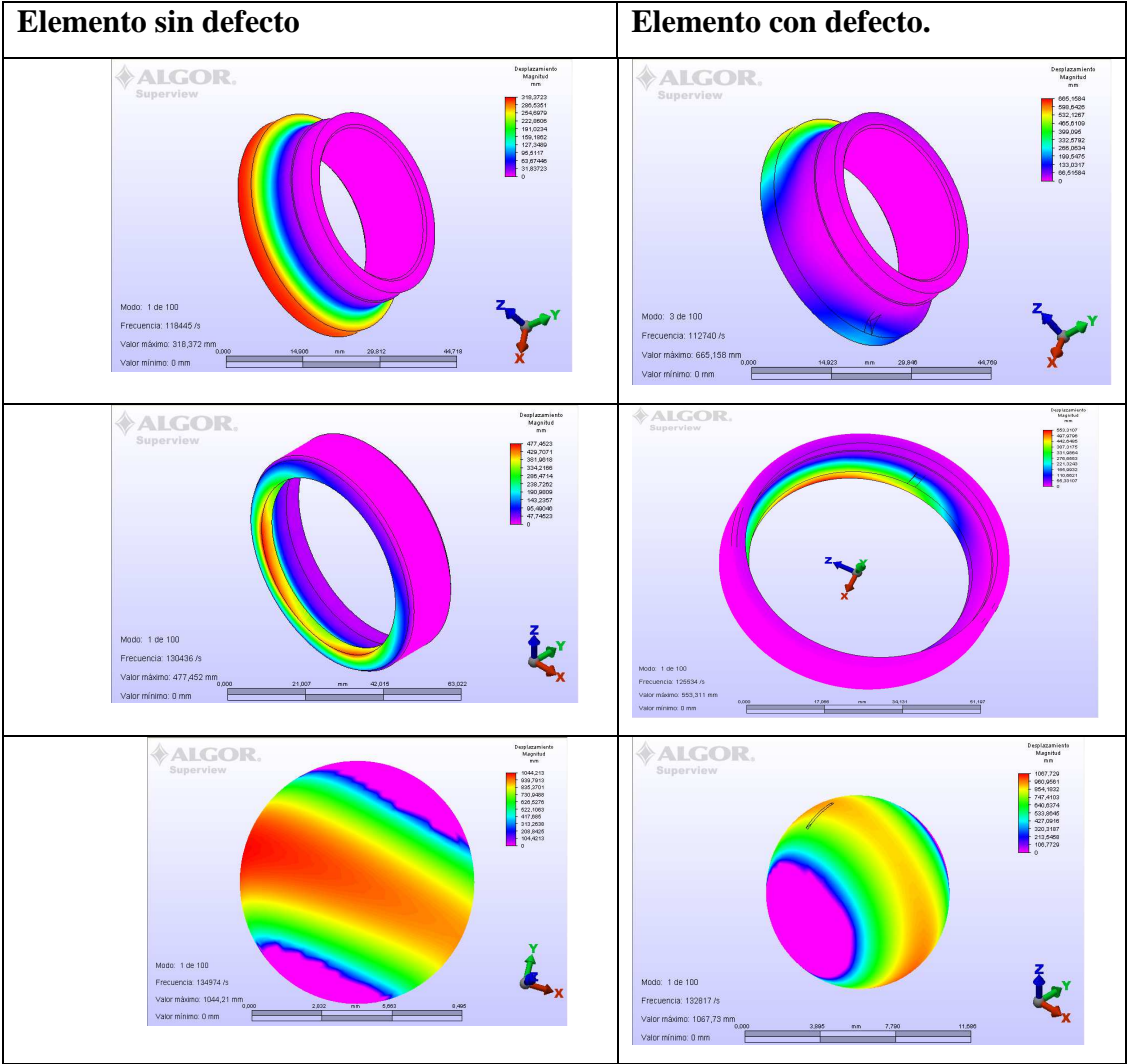
2.3.1.2 Análisis por modo de vibración: Se realizaron diferentes ensayos con el modelo completo y con cada elemento del modelo, para calcular las frecuencias de modos y poder detectar estas frecuencias en el análisis experimental realizado. Para su análisis se calcularon los modos de todos los elementos por separado.

Tabla 2-6: Frecuencias mínimas para las que el rodamiento entra en resonancia.

Rodamiento	Anillo Externo (Hz)	Anillo Interno (Hz)	Bolas (Hz)
Sin Defecto	130436	118445	134974
Con Defecto	125534	111859	132817

Estas primeras frecuencias de modo son demasiado altas porque los elementos son relativamente pequeños y de un material de alta rigidez (acero) [41] y esto hace que no se tengan en cuenta dentro de una comparación con señales experimentales, puesto que estos análisis fueron para frecuencias menores de 250 Hz.

Tabla 2-7: figuras de los primeros modos de vibración de los elementos del rodamiento.



Para buscar los modos de un rodamiento completo se realizará con jaula y sin jaula. La geometría y el material de la jaula conllevan a disminuir las mínimas frecuencias de modo. Este análisis se ha realizado con defecto de 3 mm en pista externa y sin defecto, los resultados se podrán ver en las siguientes tablas.

Tabla 2-8: Minima frecuencia generada por el rodamiento con jaula.

Rodamiento	Minima frecuencia (Hz)
Sin Defecto	883,786
Defecto 3mm	915,202

Tabla 2-9: Minima frecuencia generada por el rodamiento sin jaula.

Rodamiento	Minima frecuencia (Hz)
Sin Defecto	2993,69
Defecto 3 mm	1222,5

Las primeras frecuencia mostradas en la tabla 2-8 y 2-9, son altas para poder comparar con las frecuencias obtenidas del análisis en el banco experimental.

2.3.1.3. Análisis dinámico:

Una vez realizado el análisis bajo carga estática del rodamiento y el análisis de sus modos de vibración, lo siguiente que se va a proceder a realizar es el análisis dinámico del rodamiento. Este análisis dinámico no se podrá hacer con movimiento entre las piezas, ya que es un modelo en 3D y la capacidad del hardware hace imposible simularlo.

Por consiguiente, como el modelo contiene demasiados elementos para ser simulado por MEF/MES, se le aplicará una carga dinámica que reemplace los efectos de la vibración que le aporta el eje al rodamiento. Con esto se conocerá las deformaciones máximas presentes en el contacto de las bolas con las pistas.

La carga aplicada de 0,25 bares es similar a la carga que se utiliza para el modelo experimental, esta carga ira acompañada de una función que contendrá las vibraciones del rodamiento de paso por bola con defecto en pista externa. Se intenta describir la respuesta del rodamiento ante la aplicación de una carga dinámica con la siguiente expresión:

$$F = \frac{(\cos(2 \times \pi \times fb \times X) + \text{ABS}(\cos(2 \times \pi \times fb \times X)))}{2} + 0.5 \quad (2-27)$$

Donde

fb es la frecuencia de paso por bola :

$$fb = FDPE = \frac{Z}{2} \times N \times \left(1 - \frac{Db}{Dm} \times \cos \alpha \right) \quad (2-28)$$

Siendo:

Z el número de bolas

N frecuencia a la que gira el eje

Db el diámetro de la bola

Dm el diámetro medio

α Ángulo de contacto del rodamiento

Y cuyos valores son:

$$Z=13$$

N lo variamos tomando 10 Hz (600 rpm), 20 Hz (1200 rpm), 30 Hz (1800 rpm).

$$D_b=9,5 \text{ mm}$$

$$D_m = (62+30)/2= 46\text{mm}$$

$$\alpha = 40^\circ$$

Los modelos se realizan a distintas velocidades de giro del eje se tiene que las frecuencias de paso por bola que son:

Tabla 2-10: Frecuencias de paso por bola

Frecuencia del Eje (Hz)	FDPE (Hz)
<i>10</i>	54,8
<i>20</i>	109,6
<i>30</i>	164,4

La curva de carga de la función (2.27) tiene una forma aproximadamente senoidal y viene a simular el paso de las bolas por la parte inferior del rodamiento como ya se ha comentado anteriormente.

Estas simulaciones se realizaron para dos configuraciones (figura 2-27):

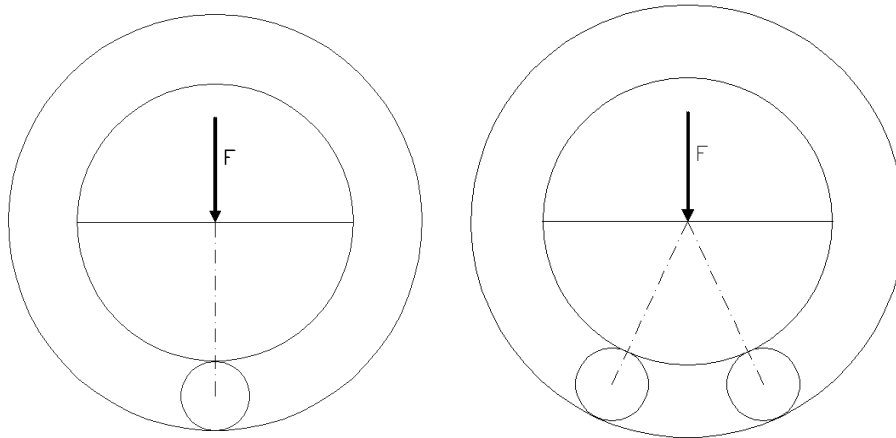


Figura 2-27: posición 0° (izquierda) y posición 13.84° (derecha)

Para estas posiciones (figura 2-27) se realizará un modelo de rodamiento sólo con las bolas que se encuentran dentro de la zona de carga.

A continuación, se describe la nueva geometría del modelo:

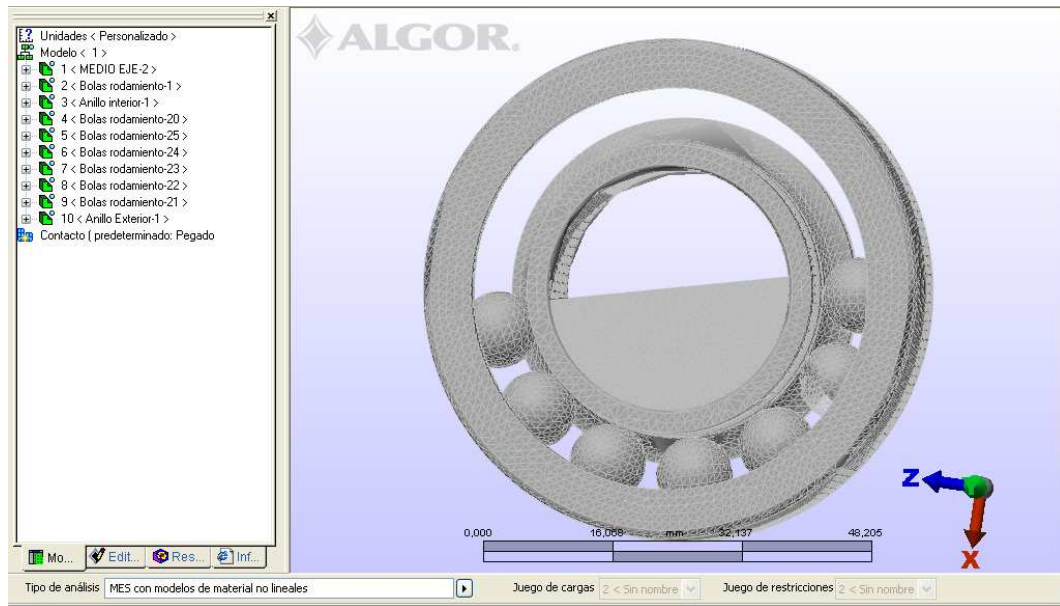


Figura 2-28: Modelo a simular solo con las bolas dentro de la zona de carga.

El modelo mostrado en la figura 2-28 tiene 221033 nodos y 640187 ecuaciones a resolver.

Las generalidades son las siguientes:

- Se utiliza el medio eje
- El tipo de mallado es tetraedros y cuñas
- La simulación se realiza con modelo de materiales no lineales.
 - El tipo de material se mantiene.
- Se restringe el movimiento del anillo externo en todas las direcciones y el anillo interno y el eje, se hace que solo se pueda mover en el plano X-Z.
- Como datos para el análisis se coloca:
 - Duración del evento es de 1s
 - Pasos por segundo son 10000 /s
- Las cargas del modelo son:
 - La magnitud de la curva de carga se mantiene pero se le aplica la función (2-2).

El contacto entre superficies está dado por defecto como pegado.

Para el análisis de resultados se tomará en cuenta los puntos de la figura 2-29, donde:

- P_1 : Punto central del eje donde aplicamos la fuerza.
- P_2 : Punto de contacto de la bola más cargada con la pista de rodadura del anillo interior, medido sobre la pista del anillo interior.

- P_3 : Punto de contacto de la bola más cargada con la pista de rodadura del anillo exterior, medido sobre la pista del anillo exterior.

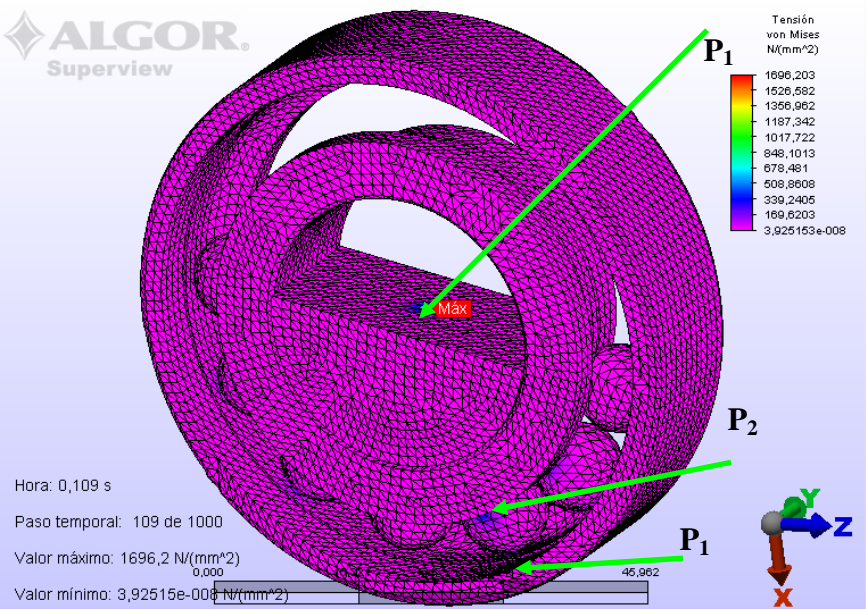


Figura 2-29: Indicación de los puntos analizados.

Análisis realizado para las posiciones de las bolas a 0° y 13, 84°, bajo las siguientes frecuencias de giro.

- 10 Hz (600 rpm)
- 20 Hz (1200 rpm)
- 30 Hz (1800 rpm)

Los resultados se muestran en la tabla 2-11:

Tabla 2-11: Resultados en tensiones y máximos desplazamiento en los puntos mostrados en la figura 1-29

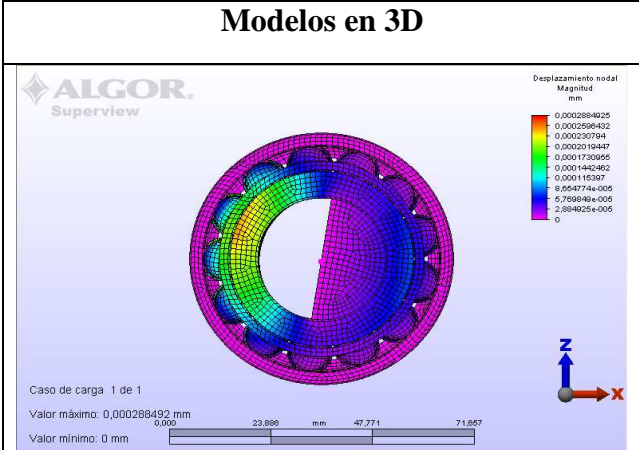
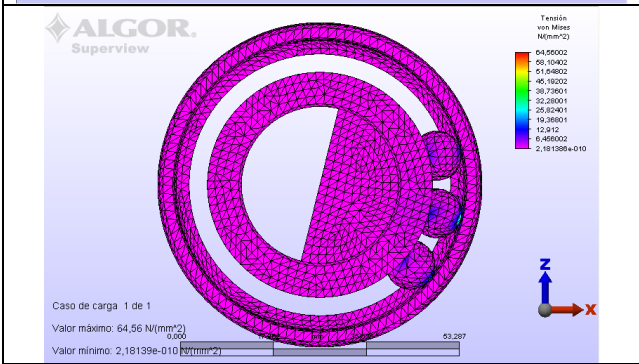
Tipo de rodamiento.	Frecuencia de rotación.	Puntos	TENSION (N/mm ²)	DESPLAZAMIENTO (mm)
Rodamiento 0°	10 Hz (600 rpm)	P ₁	1725	0,0145
		P ₂	560	0,069
		P ₃	285	0,0134
	20 Hz (1200 rpm)	P ₁	1725	0,016
		P ₂	660	0,009
		P ₃	610	0,0018
	30 Hz (1800 rpm)	P ₁	1700	0,0141
		P ₂	310	0,069
		P ₃	575	0,0135

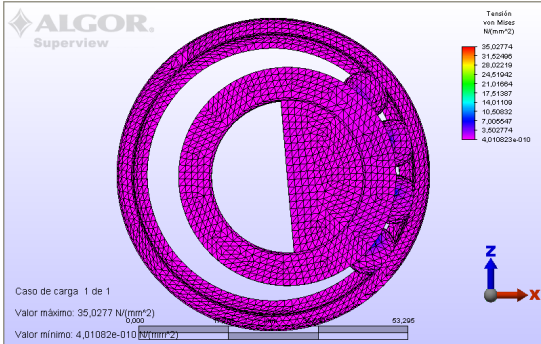
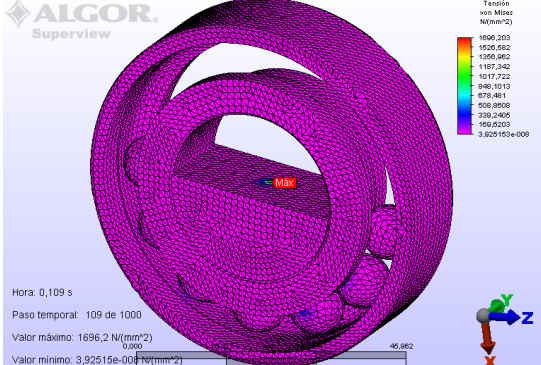
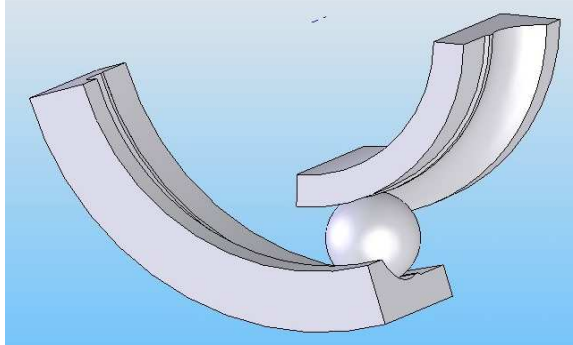
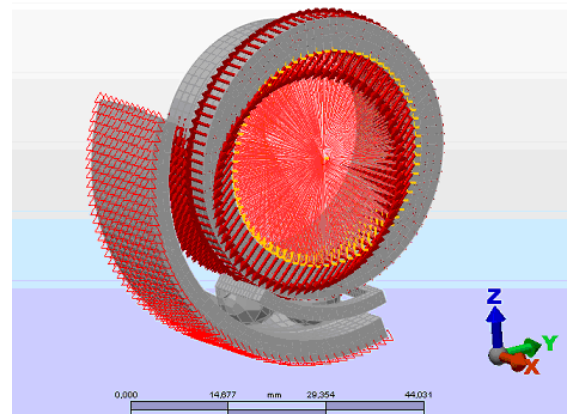
Rodamiento 13.84°	10 Hz (600 rpm)	P₁	1750	0,016
		P₂	400	0,09
		P₃	550	25x10 ⁻⁵
	20 Hz (1200 rpm)	P₁	1725	0,016
		P₂	450	0,07
		P₃	850	0,0132
	30 Hz (1800 rpm)	P₁	1700	0,01475
		P₂	540	0,08
		P₃	625	0,0015

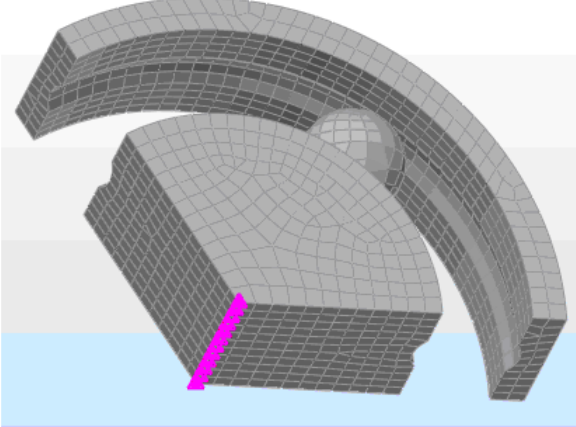
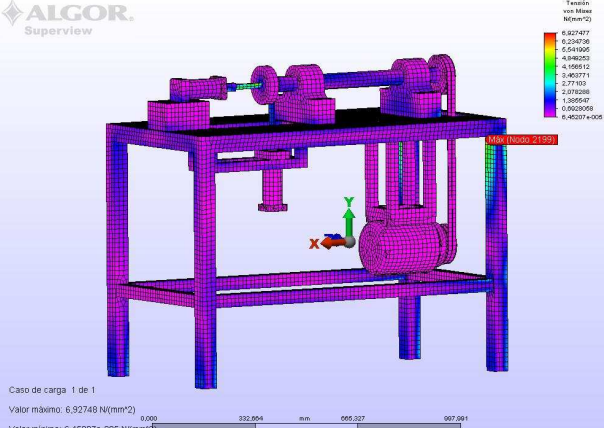
Las tensiones mostradas en la en la tabla 2-11 sobrepasan la zona elástica del material del rodamiento, esto es debido al contacto de los elementos, es por esto y tras haber realizado muchos intentos con el análisis MEF/MES para un modelo de rodamiento que contengan geometría en 3D, se decide utilizar otras aplicaciones del programa que sirva para validar los resultados analizados por MEF/MES. Por esta razón, se decide utilizar un modelo optimizado en 2D pero que su procedimiento de análisis sea homologable con un rodamiento real.

En la tabla 2-12 se muestra un breve resumen de todos los análisis realizados a modelos de rodamiento en 3D por medio del método de los elementos finitos.

Tabla 2-12: Modelo creados para el estudio dinámico del rodamiento.

Modelos en 3D	Aplicaciones.
	<ul style="list-style-type: none">- Rodamiento: FAG 7206 B.- Tipo de análisis: Estático, Dinámico y Modos de Frecuencia.- Condición de contacto: Pegado- Resultados: No exactos debido al contacto.- Conclusiones: Modelo con muchos elementos físicos y de contacto para ser simulado
	<ul style="list-style-type: none">- Rodamiento: Solo con tres bolas.- Tipo de análisis: Estático y Dinámico.- Condición de contacto: Pegado.- Resultados: Aproximados debido al contacto.- Conclusiones: Modelo irreal, falta bolas en la zona de carga

	<ul style="list-style-type: none"> - Rodamiento: Cuatro bolas. - Tipo de análisis: Estático y Dinámico. - Condición de contacto: Pegado. - Resultados: Aproximados debido al contacto. - Conclusiones: Modelo irreal, falta bolas en la zona de carga, imposibilidad de movimiento
	<ul style="list-style-type: none"> - Rodamiento: Solo con tres bolas. - Tipo de análisis: Estático y Dinámico. - Condición de contacto: Pegado. - Resultados: Aproximados debido al contacto. - Conclusiones: modelo irreal, falta bolas en la zona de carga
	<ul style="list-style-type: none"> - Rodamiento: Tercera parte de las pistas con una bola. - Tipo de análisis: Dinámico. - Condición de contacto: Libre. Entre superficies, fricción 0,2. - Resultados: Incorrectos por la inestabilidad del modelo. - Conclusiones: Efectos dinámicos sobre la bola, no comparables con el rodamiento
	<ul style="list-style-type: none"> - Rodamiento: Anillo Interno completo, Tercera parte de la pista externa con dos bolas. - Tipo de análisis: Dinámico. - Condición de contacto: Libre. Entre superficies, fricción 0,2. - Resultados: Incorrectos por gran deslizamiento en las bolas. - Conclusiones: Deslizamiento entre bolas y pistas, no hay rodadura.

	<ul style="list-style-type: none"> - Rodamiento: Anillo Interno completo, Tercera parte de la pista externa con dos bolas. - Tipo de análisis: Dinámico. - Condición de contacto: Libre. Entre superficies, fricción 0,2. - Resultados: Incorrectos por gran deslizamiento en las bolas. - Conclusiones: Deslizamiento entre bolas y pistas, no hay rodadura.
	<ul style="list-style-type: none"> - Banco de ensayos: Banco de ensayos para rodamientos. - Tipo de análisis: Modos de Frecuencia. - Condición de contacto: Pegado - Resultados: Frecuencias de resonancia. - Conclusiones: Detección de las frecuencias teóricas en las señales experimentales

De manera adicional se crearon modelos alternativos para analizar la dinámica de algunas de las piezas por separado. Estos modelos alternativos consistieron en colocar solo la geometría de una o dos bolas con parte de las pistas (tabla 2-12). También se realizó el estudio del banco de ensayos, para determinar sus niveles de vibraciones propios.

Se intentaba con la creación de estos modelos alternativos encontrar información dinámica de parte del sistema como la deformación de las bolas debido al contacto y al movimiento del rodamiento, pero los resultados no eran exactos, debido a estos factores:

- Se generaron con gran cantidad de elementos de contacto.
- Presentaban inestabilidad física, poco equilibrados.
- Durante la simulación se tenían exceso de deslizamiento

Los programas comerciales de simulación y de calculo están diseñados para analizar modelos con un numero de elementos inferior a 500 mil, en algunos casos, que el análisis es por medio de la simulación para eventos mecánicos (MES) puede subir hasta un millón de elementos, pero con una unidad de calculo (ordenador) de mas de 16

gigas de RAM. Es por esto que se crea la necesidad de optimizar el modelo de rodamiento para realizar un estudio del comportamiento dinámico.

Los modelos alternativos fueron los siguientes:

2.3.2 Otros Modelos realizados:

Se generaron nuevos modelos con partes del rodamiento para captar datos aproximados de la dinámica presente, con disminución de elementos para simularlo con el software y el hardware disponible.

Modelo A:

Tercera parte de los anillos, una sola bola. Movimiento en el aro interno y fijo el aro externo. No hay carga, valor del coeficiente de fricción 0,2.

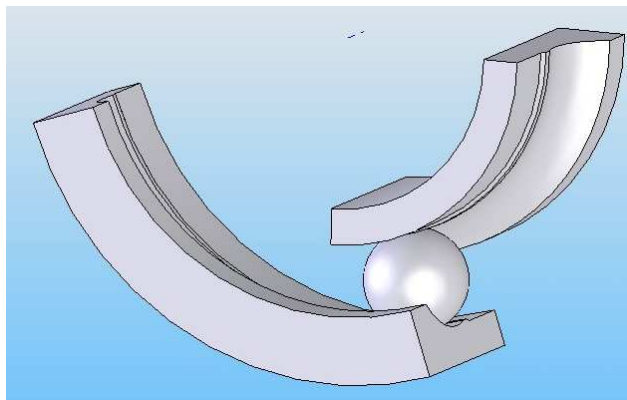


Figura 2-30: Parte de rodamiento solo con partes de las pistas y una bola.

Los resultados para esta simulación mostrada en la figura 2-30 no eran homologables ante ningún tipo de rodamiento, por eso se intento con el mostrado en la siguiente figura 2-31.

Modelo B:

Anillo interno completo, contiene dos bolas con la jaula para evitar choques entre ellas. Tercera parte del anillo externo fijo en la superficie exterior, rotación de 30 Hz en el anillo interno, carga a 0.25 bares. Fricción de 0,2.

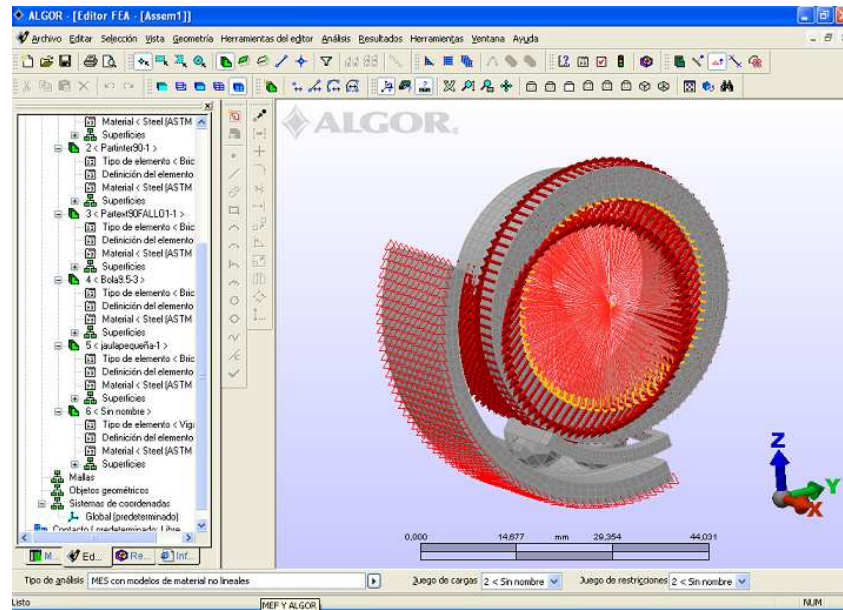


Figura 2-31: Aro interno completo, jaula, parte de aro externo de un rodamiento 3D.

El modelo presentado en la figura 2-31, no efectuó rodadura en el contacto de las bolas con las pistas, porque el eje no le aplica presión. No se puede valorar para esta simulación una zona de carga.

Modelo C:

Geometría de la tercera parte de los anillos y del eje, restringido para desplazamientos en los nodos centrales del eje. Rotación a 30 Hz (1800 rpm), una sola bola, con coeficiente de fricción de 0,2.

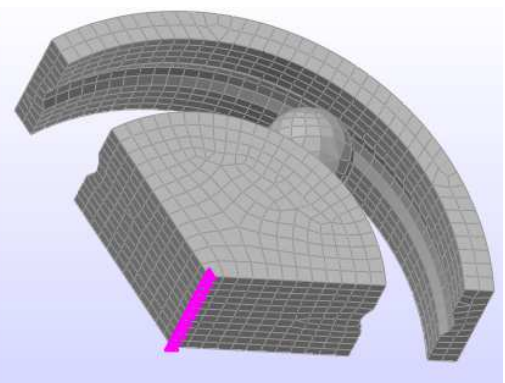


Figura 2-32: modelo con semieje y parte de pista interna y externa.

El modelo de la figura 2-32 se encuentra fijo en la superficie exterior de la parte de la pista externa. El fenómeno ocurrido en este modelo fue que la bola no tuvo efecto rodadura sino deslizamiento hasta caer por impulso y gravedad.

Modelo D:

Geometría del banco de ensayos de rodamiento utilizado para el modelo experimental.

Dentro de todos los modelos propuestos de rodamiento para su análisis dinámico, se propuso también un modelo de simulación para el banco de ensayo experimental.

Con este modelo de simulación se calculan las frecuencias de resonancia de los modos de vibración.

Dentro de la señal experimental se encuentran picos de frecuencia que no se podían explicar, es por eso que se proponen la magnitud de las frecuencias de modo como la consecuencias de la generación de algunos de esos picos de frecuencia.

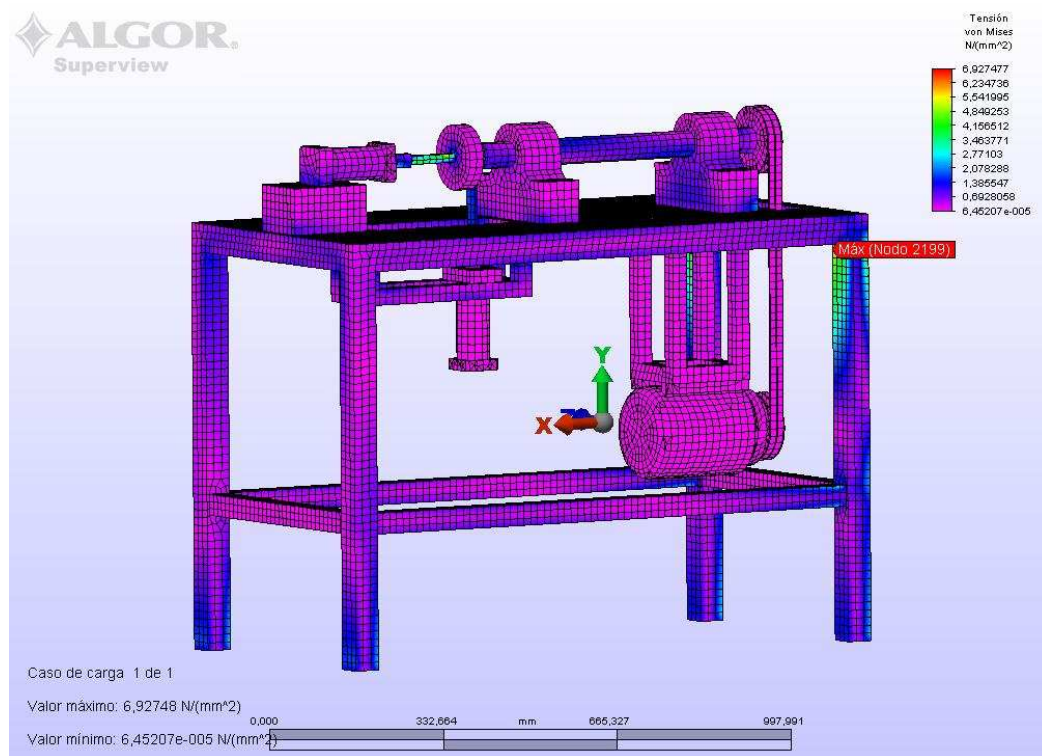


Figura 2-33: Modelo numérico del banco de ensayo de pruebas experimentales para rodamientos.

La figura 2-33 muestra el modelo numérico del banco de ensayos, este modelo se analizará para obtener las frecuencias de sus primeros modos de vibración. Con las frecuencias de estos modos de vibración (tabla 2-13) se buscaba compararlas con las frecuencias del análisis del dominio de la frecuencia de los datos obtenidos experimentalmente, hasta un máximo de frecuencia de 250 Hz, para definir cuáles son los picos de frecuencias propios de los modos.

Tabla 2-13: Modos de vibración del banco de ensayo.

Modo	Frecuencia (Hz)
1	27,43
2	30,40
3	50,12
4	50,58
5	50,84
6	51,32
7	51,61
8	67,75
9	67,77
10	68,89
11	69,08
12	123,00
13	138,84
14	138,96
15	140,92
16	141,58
17	145,07
18	148,65
19	167,01
20	169,66
21	170,38
22	182,58
23	185,68
24	186,21
25	189,15

En la tabla 2-13 se muestra las frecuencias de los modos de vibración de la mesa cuando se fija en las superficies inferiores de las patas que sostienen el banco. El grado de incertidumbre que se genera al hacer este estudio de la incidencia de los modos en los análisis de frecuencia de un sistema mecánico es muy grande, porque no existen modelos matemáticos que puedan definir estos modos en un sistema de varios grados de libertad.

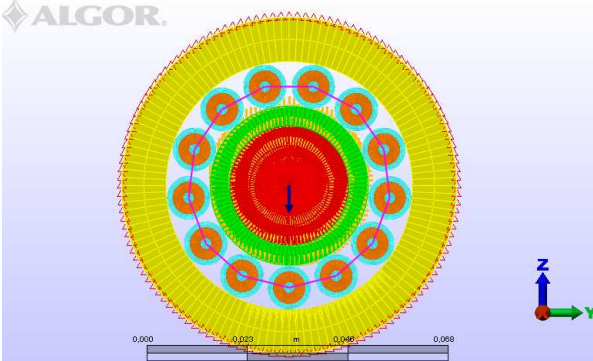
De forma simultánea a estos análisis de modelos en 3D, se realizan ensayos con modelos de rodamientos en 2D, con movimiento sobre el plano.

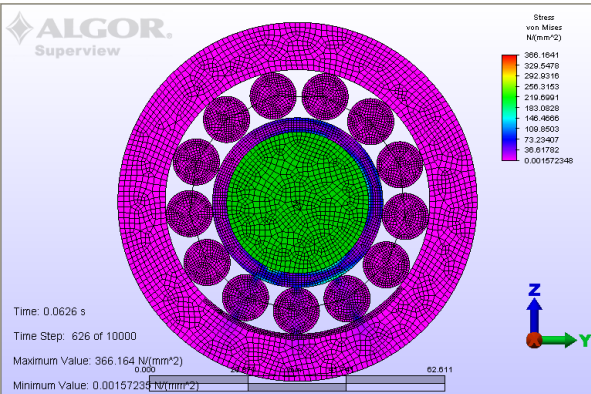
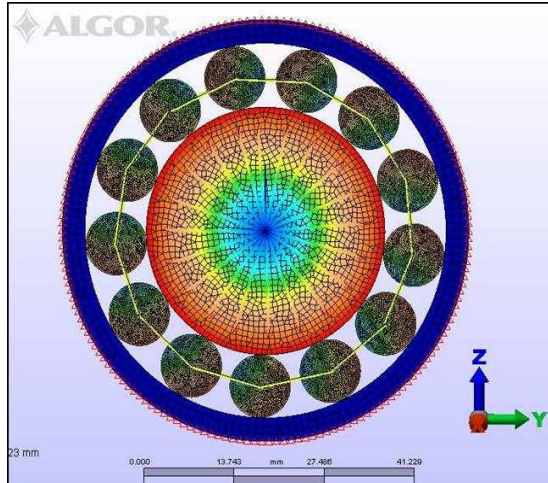
Modelos en 2D.

Debido al gran número de elementos físicos y de contacto que se encuentran en el mallado de la geometría del rodamiento en 3 dimensiones, se decide optimizar el modelo con solo movimiento sobre el plano, sin perder las características de un sistema dinámico. Estas características dinámicas son generadas por la carga, el material elástico de las piezas, el contacto, entre otros.

En la tabla 2-14 se muestra los modelos que se han desarrollado.

Tabla 2-14: Modelos de rodamientos en 2D.

Modelos en 2D	Aplicaciones.
	<ul style="list-style-type: none"> - Rodamiento: Radial. Anillo Grueso. - Tipo de análisis: Dinámico - Condición de contacto: Libre, con fricción de 0,2. - Resultados: Tensiones y deformaciones muy altas. Sobre las pistas. - Conclusiones: Se considera la necesidad de realizar el modelo con la malla más densa, sin elementos radiales.

	<ul style="list-style-type: none"> - Rodamiento: Anillo Grueso. Malla con diferente tipo de celdas. - Tipo de análisis: Dinámico. - Condición de contacto: Libre, con fricción de 0,2. - Resultados: Deformaciones validadas con el modelo analítico. - Conclusiones: No hay control de las rotaciones del eje. - Aplicaciones: Desplazamiento del centro del eje, a diferentes frecuencia de giro [23].
	<ul style="list-style-type: none"> - Rodamiento: Rodillos Cilíndricos. - Tipo de análisis: Dinámico. - Condición de contacto: Libre. Con diferentes tipo de coeficiente. - Resultados: En deformación de contacto y distribución de la fuerza de reacción sobre la pista externa. - Conclusiones: Modelo comparado y validado por el modelo analítico Jones-Harris. - Aplicaciones: Estudio del nivel de deslizamiento sobre la zona de carga en la pista externa.

Se realizaron varios modelos de rodamiento en 2D (tabla 2-14), para comprobar la eficacia del software de cálculo, hasta llegar al modelo optimo y ser comparado con otros modelos.

Modelo A (2D):

Se elaboró un primer modelo de rodamiento sobre el plano, en que las piezas son formadas por líneas radiales con elementos tipo 2D, cada pieza tiene un espesor de 10 mm, similar al espesor del rodamiento de bolas tipo FAG 7206 B. En la grafica 3-34 se muestra la geometría.

Se elaboraron los primeros modelos y se simulaban con una duración de trabajo de Hardware de al menos 1000 horas seguidas.

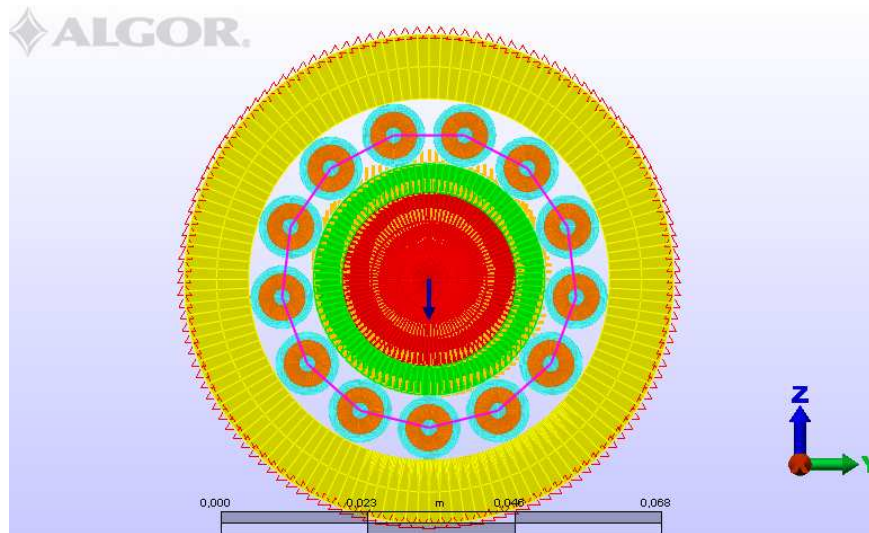


Figura 2-34: Modelo radial de rodamiento de rodillos en 2D.

Con el modelo radial de rodamiento mostrado en la figura 2-34 se logran resultados en tensiones, deformaciones de contacto. Para este primer estudio se analizó el desplazamiento del centro del eje, con un defecto localizado en pista externa de 3 mm, los datos de desplazamiento fueron analizados en frecuencia para ser comparados con señales en frecuencia del banco experimental [39,40].

Los elementos de líneas en forma de radios son buenos para optimizar el modelo en ahorro de tiempo de cálculo, pero la magnitud de las deformaciones de contacto, junto con las tensiones sobre la pista externa sobrepasaba la zona elástica del material.

Por tal motivo se decidió realizar un modelo con más densidad y con diferentes formas de celdas (Figura 2-35).

Modelo B 2D:

Modelo de rodamiento de rodillos cilíndricos con movimiento sobre el plano, con espesor de 2D, anillo externo grueso, todos sus elementos son deformables. Simulaciones realizadas con fuerza radial de 1000 N, a 600, 1200 y 1800 revoluciones por minuto. Duración de las simulaciones entre 1200 y 1400 Horas.

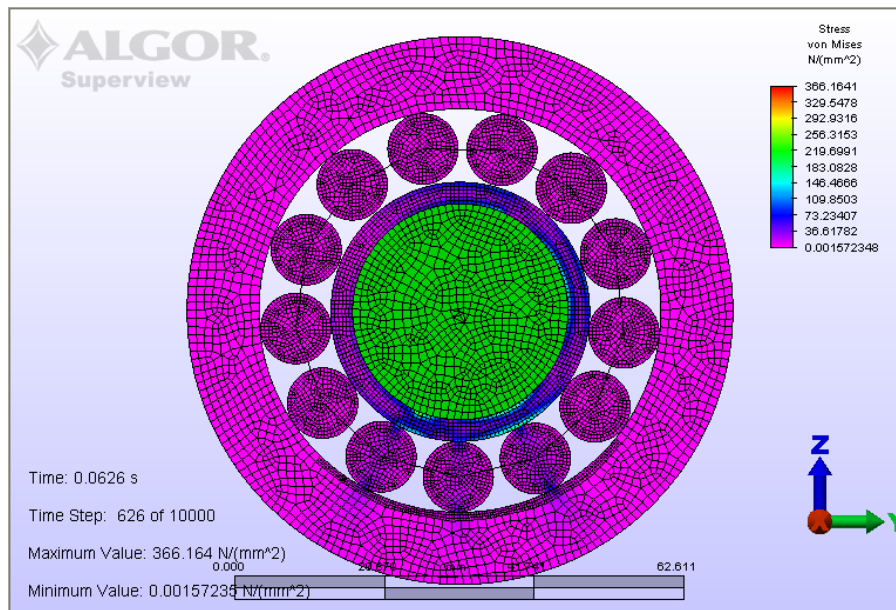


Figura 2-35: Modelo de rodamiento en 2D, de alta densidad de elementos.

Con el modelo presentado en la figura 2-35 se obtuvieron resultados de tensiones por contacto dentro de la zona elástica del material. Los movimientos del centro del eje y del centro de cada una de las bolas fueron comparados con un modelo matemático presentado en el artículo [23]. Pero este modelo de simulación presentaba un inconveniente en el dominio de la velocidad de rotación, no se podía mantener en velocidad constante, sino que el modelo respondía a impulsos que eran impuestos como velocidades de iniciales de rotación.

Con base a esta limitación se comprobó que el modelo necesitaba un motor [42] y se dispuso una nueva estructura que aplicara dominio al movimiento del eje del modelo.

Modelo C 2D:

Modelo con geometría similar al FAG 7206 B, con elementos rodantes de tipo cilíndricos rectos.

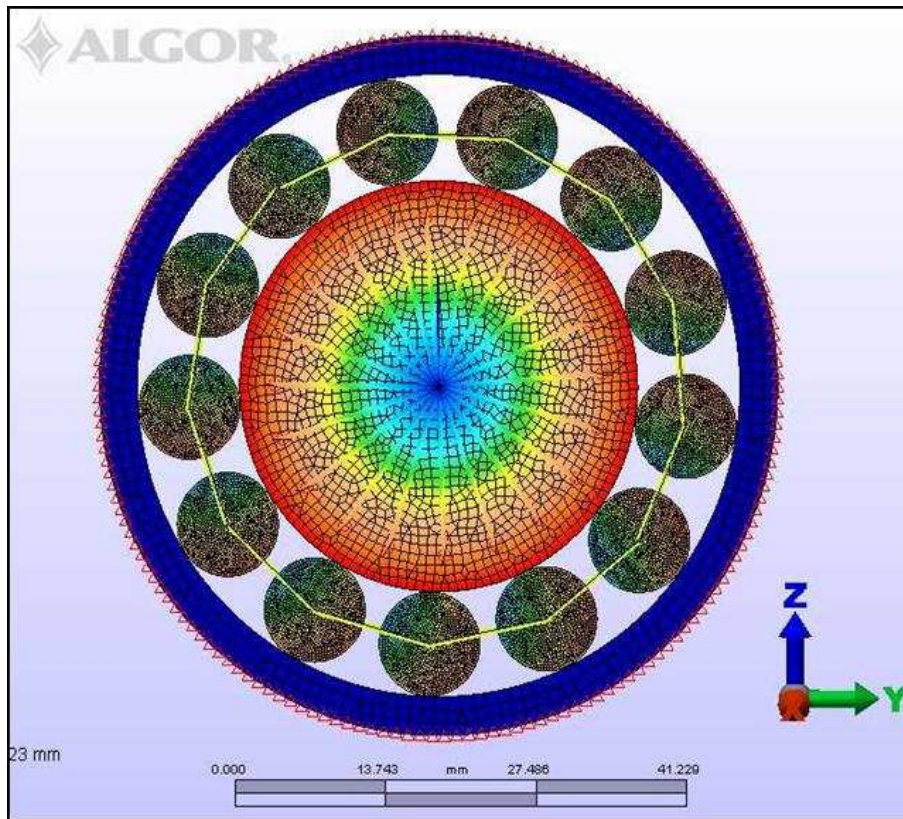


Figura 2-36: Geometría del rodamiento en 2D, con motor controlador de velocidad.

Para el modelo mostrado en la figura 3-36, se realizó con una estructura de vigas, que sirve como motor y controlador de la velocidad angular del eje. Las características de esta simulación se verán en el capítulo III. Las dimensiones del rodamiento se hicieron partiendo de su homologó tipo FAG 7206 B, la duración de las simulaciones fueron entre 1200 y 1400 horas.

El modelo de rodamiento fue comparado y validado con un modelo analítico similar en condiciones y características (véase capítulo III)

CAPÍTULO III:
MODELOS PROPUESTOS PARA EL ANÁLISIS
DINAMICO DEL RODAMIENTO

MODELOS PROPUESTOS PARA EL ANÁLISIS DINAMICO DEL RODAMIENTO

3.1 MODELO ANALÍTICO

Para esta investigación se determinó que el modelo analítico descrito en el texto técnico de Harris, es el modelo con el sistema de ecuaciones más fácil de resolver, además de ser base científica para el diseño y construcción de los rodamientos en general.

La estructura del modelo analítico de Jones-Harris se basa en las ecuaciones para el contacto elástico de Hertz [14] combinado con el método de resolución analítica de deformación de contacto para rodamiento de Jones [15]. Este modelo genera soluciones de las deformaciones de contacto de los elementos rodantes (rodillos) sobre las pistas.

Jones-Harris proponen un sistema de ecuaciones diferenciales para obtener las deformaciones de contacto para el análisis de las fuerzas de reacción, que ejerce la carga sobre cada uno de los rodillos y sobre las pistas.

Se propone para esta tesis un rodamiento de rodillos cilíndricos para ser calculado por medio de este análisis. Para la resolución de estas ecuaciones se utilizó el programa MathCad™ [13]. Los análisis comparativos entre este modelo y el modelo propuesto, han sido realizados tomando como referencias las zonas de carga generadas por los resultados de cada modelo a diferentes frecuencias de giro del eje.

Con el análisis de los datos obtenidos del modelo validado, se investigará algunos efectos de la dinámica de rotación en un rodamiento de rodillos a diferentes velocidades de giro.

3.1.1 Técnica de Formulación para el modelo analítico Jones- Harris

En el presente apartado se plantea las ecuaciones de la dinámica del rodamiento, encontrándose una solución numérica para hallar la deformación de contacto entre los rodillos y las pistas por el efecto de la carga aplicada en el eje y la rotación.

En la figura 3.1 se representa la acción de la carga aplicada en un rodamiento presentándose un sistema con equilibrio de fuerzas.

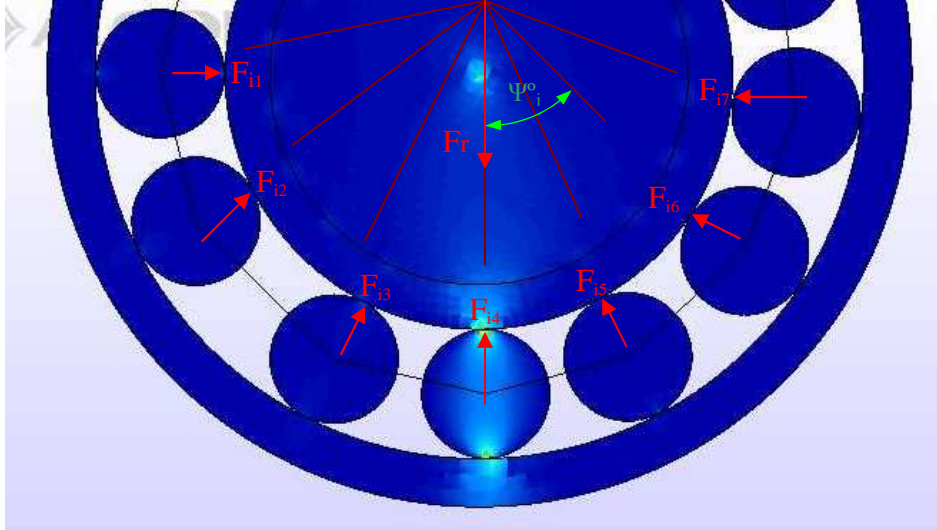


Figura 3-1: Sumatoria de fuerzas ejercidas por los rodillos debido a la fuerza aplicada.

La ecuación resultante en del equilibrio del sistema se representa de la siguiente manera (3.1):

$$F_r + m_{eje} g + m_{pi} g = F_{i1} \cos(\psi_1^\circ) + F_{i2} \cos(\psi_2^\circ) + F_{i3} \cos(\psi_3^\circ) + F_{i4} \cos(\psi_4^\circ) + F_{i5} \cos(\psi_5^\circ) + F_{i6} \cos(\psi_6^\circ) + F_{i7} \cos(\psi_7^\circ) \quad (3.1)$$

Donde:

F_r	Fuerza radial aplicada	(N)
F_{ij}	Fuerza de Reacción en la superficie del anillo Interior	(N)
Ψ	Angulo de posición de la fuerzas con respecto a F_r	(°)
m	Masa	(kg)

Dado que la fuerza radial aplicada es muy grande comparada con el peso del eje y del aro interno, estos pesos se desprecian quedando la fórmula de esta forma:

$$F_r = F_{i1} \cos(\psi_1^\circ) + F_{i2} \cos(\psi_2^\circ) + F_{i3} \cos(\psi_3^\circ) + F_{i4} \cos(\psi_4^\circ) + F_{i5} \cos(\psi_5^\circ) + F_{i6} \cos(\psi_6^\circ) + F_{i7} \cos(\psi_7^\circ) \quad (3.2)$$

Simplificando la ecuación (3.2) resultaría:

$$F_r = \sum_{j=1}^{j=z} F_{ij} \cos(\psi_j^\circ) \quad (3.3)$$

Existe una relación entre fuerza y deformación de las piezas en contacto para la geometría específica del rodamiento de rodillos interpretándose de la siguiente forma:

$$\delta_{ij} \propto F_{ij}^{9/10} \quad (3.4)$$

Donde δ_{ij} es la deformación de contacto de la pista interna con los rodillos, invirtiendo la relación para obtener la fuerza de reacción:

$$F_{ij} \propto \delta_{ij}^{10/9} \quad (3.5)$$

Se aplica un coeficiente de relación K que será a su vez el factor de deflexión para el material y para la geometría del sistema:

$$F_{ij} = K * \delta_{ij}^{10/9} \quad (3.6)$$

Para la fuerza de reacción (F_{oj}) presente en la pista externa será igual a:

$$F_{oj} = K * \delta_{ij}^{10/9} + F_c \quad (3.7)$$

El valor de este factor K será dado para el material en acero, con geometría cilíndrica para ambas piezas de contacto y será igual a:

$$K = 7.86 * 10^4 * L^{8/9} \text{ N/mm}^{1.11} \quad (3.8)$$

Donde L es la longitud del rodillo y F_c es la fuerza centrífuga.

Se reemplaza la ecuación (2.6) en la ecuación (2.3) se tendrá:

$$\frac{F_r}{K} - \sum_{j=1}^{j=z} \delta_{ij}^{1.11} * \cos \psi_j = 0 \quad (3.9)$$

De igual forma la suma de la deformación de contactos presentes en la pista interna y externa por efectos de la carga en un rodamiento, va a ser igual al desplazamiento del centro del eje (δ_{rj}):

$$\delta_{rj} = \delta_{ij} + \delta_{oj} \quad (3.10)$$

Dentro del equilibrio del sistema se encuentra el equilibrio de cada uno de sus partes, en especial de los rodillos que presentan deformación cuando pasan por la zona de carga del rodamiento, este equilibrio está representado de la siguiente manera (figura 3-2):

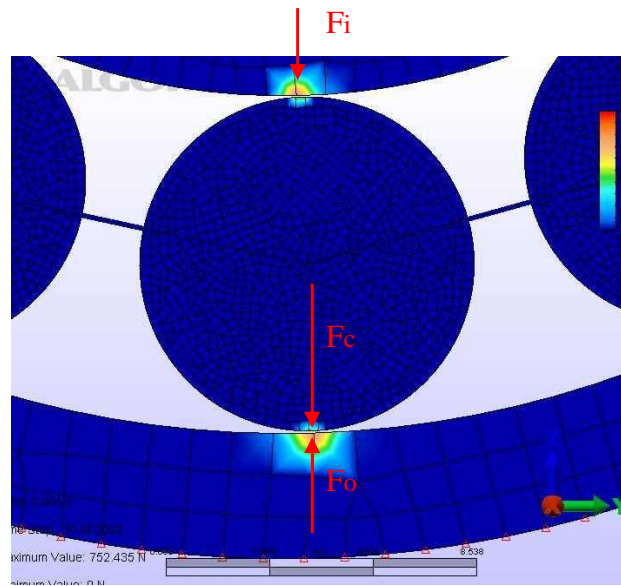


Figura 3-2: Fuerzas presentadas sobre cada rodillo dentro de la zona de carga.

La ecuación para el equilibrio en los rodillos (figura 3-2) se representa de la siguiente manera:

$$\vec{F}_o = \vec{F}_i + \vec{F}_c \quad (3.11)$$

Al definir la ecuación (3.11) en términos de deformación de contacto se tendrá que:

$$K\delta_{oj}^{1,11} = K\delta_{ij}^{1,11} + F_c \quad (3.12)$$

Al reemplazar la ecuación (3.6) para pista interna y externa se tiene:

$$(\delta_{rj} - \delta_{ij})^{1,11} - \delta_{ij}^{1,11} - \frac{F_c}{K} = 0 \quad (3.13)$$

Donde para cada subíndice j del desplazamiento de eje, existe una ubicación angular Ψ , resolviendo la ecuación en:

$$(\delta_r * \cos \Psi_j - \delta_{ij})^{1.11} - \delta_{ij}^{1.11} - \frac{F_c}{K} = 0 \quad (3.14)$$

La ecuación (3.14) es definida para cada rodillo con dependencia en la ubicación angular con respecto a la línea de carga, esta definirá los límites y la forma de la zona de carga del rodamiento de rodillos a analizar.

La fuerza centrífuga F_c está definida de la siguiente forma [43]:

$$F_c = m * d_m * \omega_m^2 \quad (3.15)$$

En donde m es la masa, d_m es el diámetro medio del rodamiento que para efectos de este trabajo será igual al diámetro de la jaula y ω_m la velocidad angular en radianes de la jaula.

La masa para un rodillo cilíndrico será igual a:

$$m = \frac{1}{4} \rho \pi D^2 \ell \quad (3.16)$$

- ρ	Densidad de masa del rodillo	Kg/mm ³
- D	Diámetro del rodillo	mm
- ℓ	longitud del rodillo	mm

Al convertir la velocidad angular de radianes a revoluciones por minuto para la jaula se tiene:

$$\omega_m = \frac{2\pi * n_m}{60} \quad (3.17)$$

Al asumir una densidad promedio de acero y la conversión de la velocidad angular se tiene una constante que preside la ecuación que define la fuerza centrífuga:

$$F_c = 3.39 * 10^{-11} D^2 \ell d_m n_m^2 \quad (3.18)$$

Se genera una solución para la velocidad angular de la jaula, para tener en la ecuación una solución en términos de velocidad angular del eje del sistema:

$$n_m = \frac{1}{2} n_i (1 - \gamma) \quad (3.19)$$

Y:

$$\gamma = \frac{D \cos \alpha^\circ}{d_m} \rightarrow \alpha = 0^\circ \quad (3.20)$$

En donde γ es la relación adimensional entre el diámetro del rodillo con el diámetro de la jaula teniendo en cuenta el ángulo de contacto que para rodillo será igual a cero grados determinando:

$$F_c = 2.09 * 10^{-7} * n_i^2 \quad (3.21)$$

Con el siguiente ejemplo, se presenta un modelo de rodamiento de rodillos cilíndricos estándar para determinar las deformaciones de contacto en las pistas con los rodillos, y las correspondientes fuerzas de reacción generadas por cada par de contacto entre estos elementos; adicionalmente en el cálculo de las fuerza de reacción para la pista externa se forma la zona de carga del rodamiento.

A continuación se muestran los datos para el rodamiento utilizado en esta tesis. El rodamiento es de rodillos cilíndricos, sus medidas y condiciones son las siguientes:

$$D = 9.2 \text{ mm.}$$

$$d_m = 45.74 \text{ mm.}$$

$$Z = 13 \text{ rodillos.}$$

$$\Delta\Psi^\circ = 360^\circ/Z = 27.69^\circ.$$

$$F_c = 2.09 * 10^{-7} n_i^2 \text{ (N).}$$

$$l = 10 \text{ mm.}$$

$$K = 608571.25 \text{ N/mm}^{1.11}$$

$$F_r = 1000 \text{ N.}$$

Con los datos del rodamiento se utilizan dos ecuaciones de equilibrio, una aplicable a todo el sistema (ecuación (3.9)) y otra ecuación en cada uno de los rodillos

(ecuación (3.14)) generando un sistema de ecuaciones que determinaran la deformación de contacto en pista interna por cada ángulo de posición del rodillo dentro de la zona de carga.

$$\frac{F_r}{K} - \sum_{j=1}^{j=z} \delta_{ij}^{1.11} * \cos \psi_j = 0 \quad (3.9)$$

$$(\delta_r * \cos \psi_j - \delta_{ij})^{1.11} - \delta_{ij}^{1.11} - \frac{F_c}{K} = 0 \quad (3.14)$$

Para la ecuación (2.9) se genera un sistema de ecuaciones por cada 27.69° del ángulo de posición Ψ iniciando en 0° hasta abarcar los primeros 90°. La velocidad de rotación es $n_i = 6000$ rpm (100 Hz). Al reemplazar los datos al sistema de ecuaciones será igual a:

$$0.001643 - 0.5\delta_{i1}^{1.11} - 0.885\delta_{i2}^{1.11} - 0.5681\delta_{i3}^{1.11} - 0.121\delta_{i4}^{1.11} = 0 \quad (a)$$

$$(\delta_r * \cos 0^\circ - \delta_{i1})^{1.11} - \delta_{i1}^{1.11} - 0.00001236 = 0 \quad (b)$$

$$(\delta_r * \cos 27.69^\circ - \delta_{i2})^{1.11} - \delta_{i2}^{1.11} - 0.00001236 = 0 \quad (c)$$

$$(\delta_r * \cos 55.38^\circ - \delta_{i3})^{1.11} - \delta_{i3}^{1.11} - 0.00001236 = 0 \quad (d)$$

$$(\delta_r * \cos 83.08^\circ - \delta_{i4})^{1.11} - \delta_{i4}^{1.11} - 0.00001236 = 0 \quad (e)$$

Se resuelve este sistema con ayuda del programa de solución de ecuación MathCad™, dándole al programa valores de deformación iniciales de 0.001 para obtener valores de deformación con error de 10^{-5} al sustituir de nuevo en una de las ecuaciones del sistema.

Tabla 3-1: Magnitud de la deformación de contacto para cada punto de la pista interna para 100 Hz.

Punto	Desplazamiento mm)	Ángulo Ψ°
δ_r	$4.096 \cdot 10^{-3}$	Eje 0°
δ_1	$2.045 \cdot 10^{-3}$	0°
δ_2	$1.811 \cdot 10^{-3}$	27.69°
δ_3	$1.161 \cdot 10^{-3}$	55.38°
δ_4	$2.443 \cdot 10^{-4}$	83.08°

En la tabla 3-1 se muestra cuatro puntos de la pista interna dentro de un intervalo de 0 a 90° que dan como resultado los valores de la deformación de contacto cuando un rodillo pasa por el este ángulo de ubicación Ψ , pero estos cuatro puntos son pocos para representar la geometría de zona de carga de un rodamiento (figura 3-3).

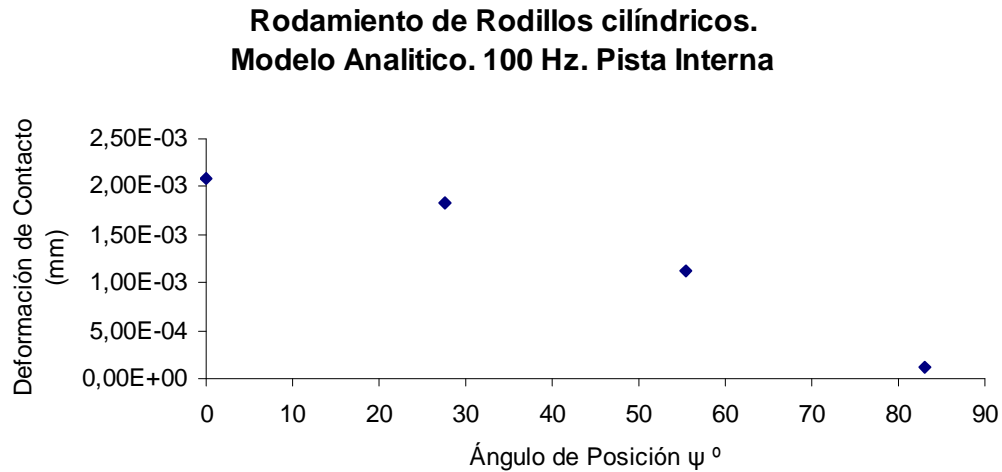


Figura 3-3: resultados de la deformación representadas sobre el ángulo de ubicación Ψ .

Es por esto que adicionalmente se realizará un análisis similar iniciando en el punto medio de la separación angular de cada rodillo, cuyo valor inicial será de $\Psi^o=13.84^\circ$, adicionando 27.69° hasta abarcar los primeros 90° , como se muestra en la figura 3-4 con la anotación $\delta_{i1.5}$, $\delta_{i2.5}$ y $\delta_{i3.5}$

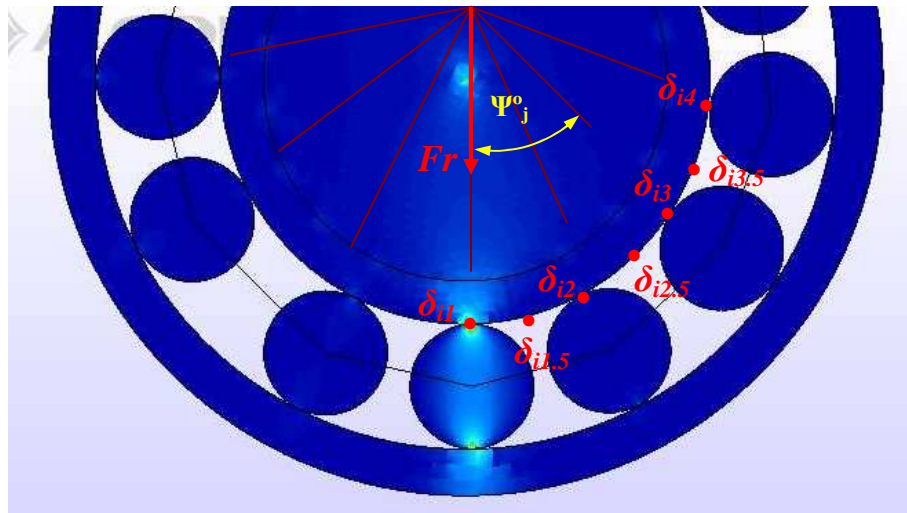


Figura 3-4: Análisis de los puntos de contacto por el paso del rodillo según ángulo Ψ^o .

Generando una grafica de la zona de carga con mejor definición, y teniendo datos como muestra en la siguiente figura 3-5:

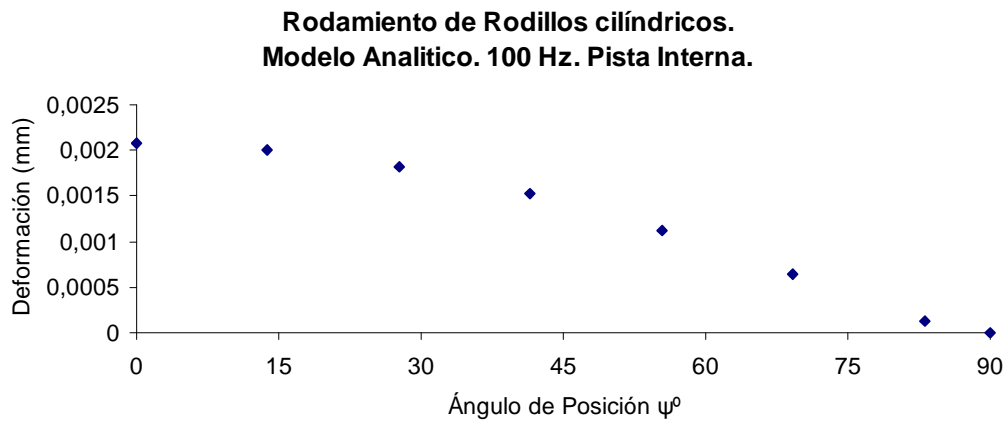


Figura 3-5: Zona de carga mejor definida con los datos intermedios de la separación de los rodillos

En la figura 3-5 se muestra la inclusión de los datos de la deformación presentadas en cada punto intermedio de los rodillos según la figura 3-4, con estos resultados de la deformación de contacto obtenidos para pista interna se realizará la relación entre deformación y fuerza de reacción de los elementos bajo carga y en contacto. Esta relación será válida para piezas hechas en acero y su formulación fue deducida anteriormente concluyendo que la fuerza de reacción para pista interna será igual a:

$$F_{ij} = K * \delta_{ij}^{10/9} \quad (3.6)$$

Y para pista externa:

$$F_{oj} = K * \delta_{ij}^{10/9} + F_c \quad (3.7)$$

Con las ecuaciones 3.6 y 3.7 deducidas anteriormente se podrán determinar la fuerza de reacción de cada punto de las pistas en la zona de carga.

3.1.2 Resultados del modelo analítico

Se obtienen y se analizan los resultados de la deformación presentes en las piezas de contacto dentro de la zona de carga de un rodamiento de rodillos cilíndricos.

En la tabla 3-2 se muestra el nivel de desplazamiento que se presenta en los puntos de contacto dentro de la superficie de la pista interna bajo efectos de la dinámica de la carga, estos puntos de contacto se encuentran señalados en la figura 3-4.

Tabla 3-2: Magnitudes de desplazamiento de la pista interna a 100 Hz.

Punto de Carga	Magnitud (mm)	Ψ°
δ_r	0,004096	0,0°
δ_1	0,002045	0,0°
$\delta_{1.5}$	0,002008	13,85°
δ_2	0,001811	27,69°
$\delta_{2.5}$	0,001518	41,54°
δ_3	0,001161	55,38°
$\delta_{3.5}$	0,000649	69,23°
δ_4	0,000244	83,08°

La tabla 3-2 muestra también el desplazamiento que se produce en el centro del eje (δ_r) bajo efectos de esta carga y de la rotación del eje como condiciones más relevantes.

Los puntos en la figura 3-6 muestran la magnitud de la deformación de contacto de los rodillos sobre la pista interna. Se utiliza la curva polinómicas de 4° orden, para ajustar los puntos a una curva sencilla. Con esta curva se podrá predecir los valores de la deformación de contacto para cada ángulo de posición Ψ , sobre la pista interna.

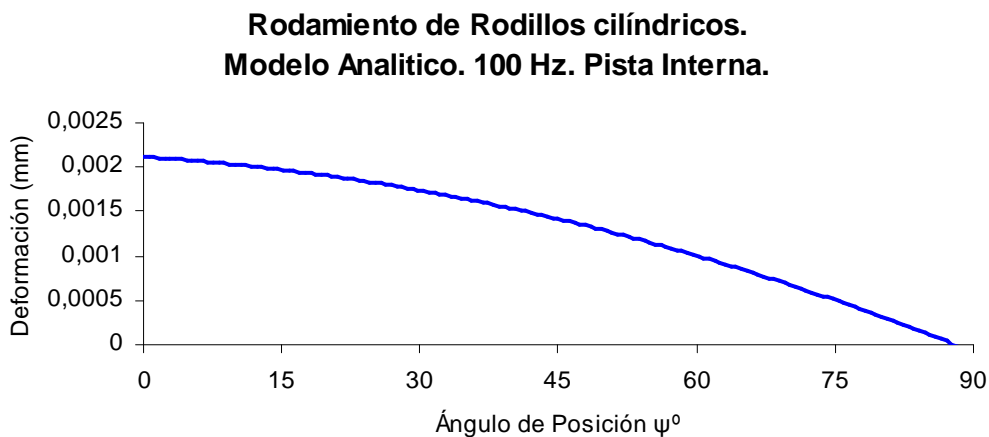


Figura 3-6: Deformación de contacto de las superficies de la pista interna con los rodillos.

El modelo analítico presenta iguales valores entre los ángulos de 0° a 90° y de 0 a -90° con respecto al ángulo de ubicación del contacto entre piezas, es por esto que la zona de carga presentará simetría con centro justo en el ángulo $\Psi = 0^\circ$ como muestra en la figura 3-7.

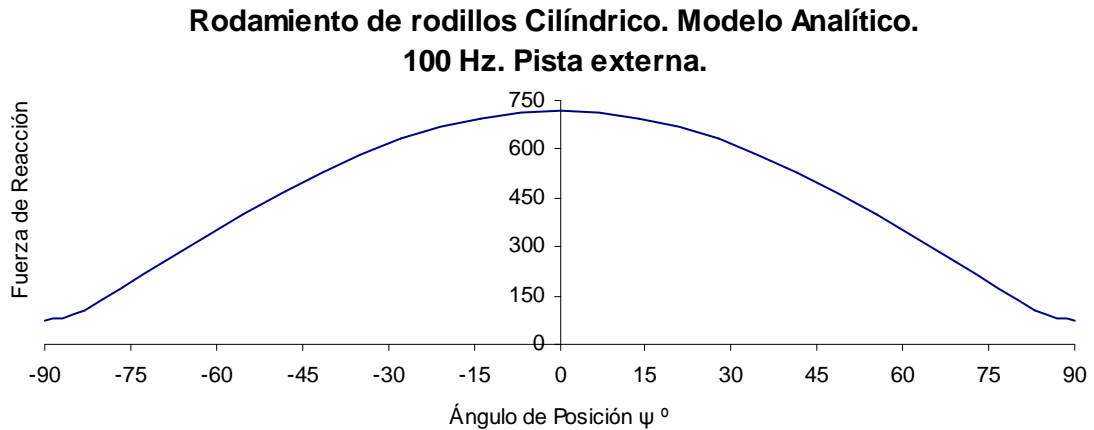


Figura 3-7: Fuerza de reacción en el modelo analítico de los rodillos con la pista externa.

El modelo analítico aquí mostrado es un modelo válido para encontrar los valores máximo de deformación de contacto y de fuerza de reacción dentro de un rodamiento de rodillo cilíndricos, este modelo también sirve para delimitar la zona de carga, y detalla con claridad los valores alcanzados según la velocidad de giro del eje y de la carga aplicada; a continuación en este trabajo se presentará un modelo elaborado para simulación bajo el método de elementos finitos con iguales características, condiciones y cargas, para determinar el grado de comparación y validez que este modelo en elementos finitos pueda tener.

3.2 MODELO NUMERICO

3.2.1 Modelado y simulación de un rodamiento de rodillos cilíndricos bajo código Algor™

El rodamiento es un elemento de maquinaria que soporta la carga dinámica del sistema y la reconvierte en rodadura; esta rodadura y un posible deslizamiento genera una huella de contacto entre los elementos rodantes (rodillos) y las pistas. Una clase de estos rodamientos son de rodillos cilíndricos que cuentan con capacidad de soportar grandes cargas radiales a frecuencias de giro moderadamente altas para máquinas rotativas, por la forma geométrica de los rodillos cilíndricos ofrece una distribución de tensiones óptima en los contactos del rodamiento entre los rodillos y las pistas.



Figura 3-8: Rodamiento de rodillos cilíndricos

Las partes principales de un rodamiento de rodillos cilíndricos (exceptuando jaula, retenes y demás componentes que soportan cargas despreciables) son de geometría cilíndrica (figura 3-8), siendo los correspondientes ejes paralelos entre sí y al eje del rodamiento. Por otro lado, todos los elementos ejecutan movimientos planos, en el plano perpendicular a dicho eje. Además, tanto la carga externa como las fuerzas entre componentes yacen en planos paralelos del descrito y por consiguiente, se trata de un caso de tensión plana.

Por todo ello, el comportamiento dinámico y elástico de un rodamiento de rodillos, puede ser adecuadamente descrito por un modelo bidimensional aplicado al método de los elementos finitos con 3 grados de libertad en cada nodo (gdl), consistente en la sección del conjunto por un plano perpendicular al eje del rodamiento.

El espesor del modelo es un dato asociado al elemento finito tipo 2D, en donde el algoritmo lo tendrá en cuenta en el momento de ejecutar el cálculo de tensiones, deformaciones, desplazamiento, entre otros.

El modelo que se presenta (figura 3-9) consta de 13 elementos rodantes: (rodillos), un eje, un anillo externo e interno, una jaula y un mecanismo motor compuesto por una serie de elementos radiales sobre los que se impone una velocidad de giro .

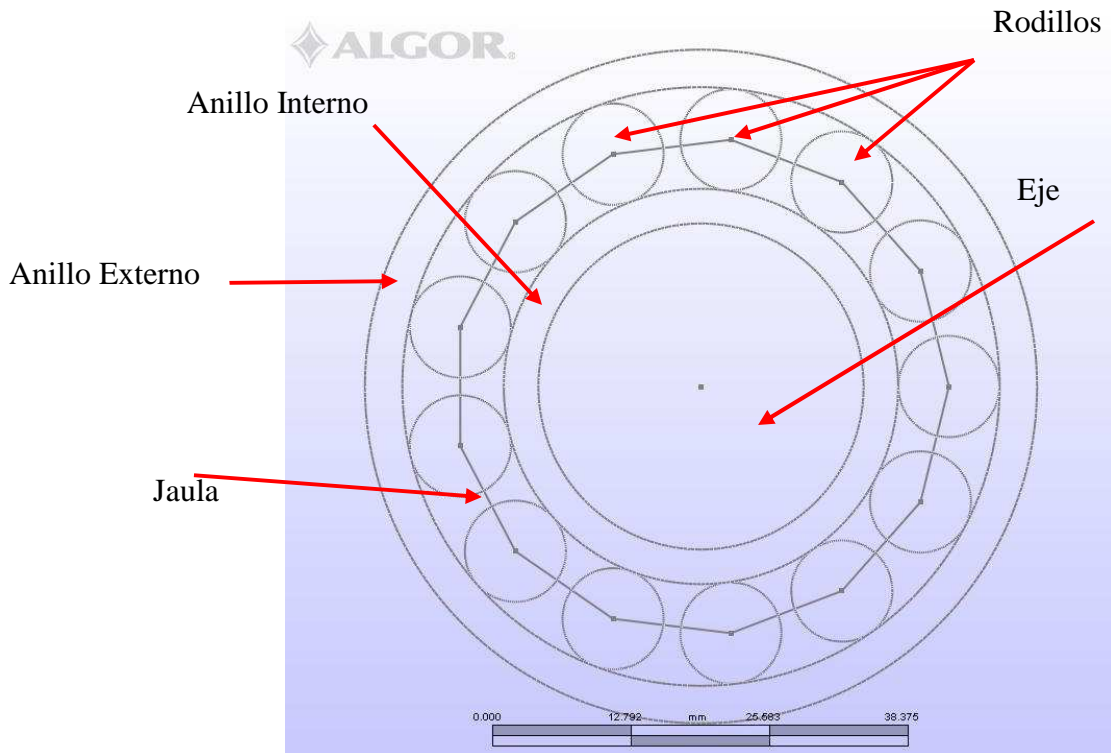


Figura 3-9: Esquema del modelo de rodamiento de rodillos bajo FEM/MES.

La geometría del modelo presentado en la figura 3-9, se inspira en un rodamiento tipo FAG 7602 [48] para rodillos cilíndricos.

Para obtener el modelo óptimo se han realizado varios ensayos (véase capítulo II), a continuación se muestra las fases para su cálculo.

3.2.1.1 Generación del mallado del modelo

El modelo se realiza mediante generación de esquemas, uno por cada componente; para cada pieza del sistema se genera un mallado independiente.

En el momento de escoger el tamaño de malla hay que considerar dos aspectos: por un lado, la malla tiene que ser suficientemente fina para garantizar que el contacto entre los rodillos y las pistas se simule correctamente. Este punto es crucial cuando es necesario el estudio de fenómenos como la deformación de contacto, la rodadura, el deslizamiento, etc.

Por otro lado, una malla densa genera un alto consumo de recursos informáticos, implicando tiempos de cálculo muy considerables comprometiendo la convergencia de la solución en cada paso temporal.

Los valores por defecto en el programa para generar la malla de cada pieza son:

- **Densidad de malla:** La densidad es el número de celdas que contiene cada pieza, cada celda puede contener entre tres y cinco elementos dependiendo de otros factores como el refinado, y el ángulo de unión.
- **Ángulo:** Es el ángulo formado por la de unión de dos elementos, el mínimo que se ha colocado para esta tesis es de 15° . Con este ángulo la construcción de las celdas tendrán menores restricciones para refinar la malla superficial (factor de refinado).
- **Factor geométrico:** Es el factor que guarda las proporciones de los tamaños para que no se creen celdas demasiados grandes y otras muy pequeñas, para este trabajo se aplicó que la celda de mayor área, no puede ser dos veces más grande que la más pequeña.
- **Factor de refinado:** Es el factor que determina las dimensiones de los elementos en las superficies de la pieza, es muy importante para la aplicación de elementos en contacto.
- **Factor de cierre:** Número de elementos que conforman la celda, está entre tres y cinco para esta investigación.

A continuación se describen las características del modelado y el mallado para cada componente, en la tabla 3-3 se muestra las dimensiones de cada pieza que compone la geometría del modelo:

Tabla 3-3: Medidas del rodamiento simulado por ordenador.

Anillo externo	Diámetro (mm)
Diámetro exterior	62,00
Diámetro interior	55,10
Anillo interno	
Diámetro exterior	36,38
Diámetro interior	30,00
Jaula	
Diámetro	45,74
Eje	
Diámetro	30,00
Rodillo	
Diámetro	9,20

Aro externo: Se creó un esquema con dos círculos que guardan las dimensiones reales de un aro externo de rodamiento de rodillos cilíndricos. El esquema se convierte en una malla de 1200 celdas y un factor de refinado 3, se necesitó para esta pieza gran número de elementos y un número alto de refinado de la superficie interior, para tener mejor contacto con los elementos rodantes y mejores resultados. Los nodos periféricos estarán totalmente restringidos, se presentan elementos de contacto sobre los nodos de la pista externa con los nodos de la superficie externa de los rodillos; el centro de este esquema se utilizará como centro del sistema.

Elementos rodantes (rodillos):

Se elabora un esquema con las dimensiones del rodillo y se coloca en la proyección de la carga radial sobre la pista externa, se ejecuta una matriz angular para multiplicar por 13 el esquema del rodillo y colocar cada rodillo a una distancia igual entre ellos.

Se malla con igual densidad que el aro externo aunque con factor de refinado 4 ya que posee mayor curvatura que el aro (figura 3-10).

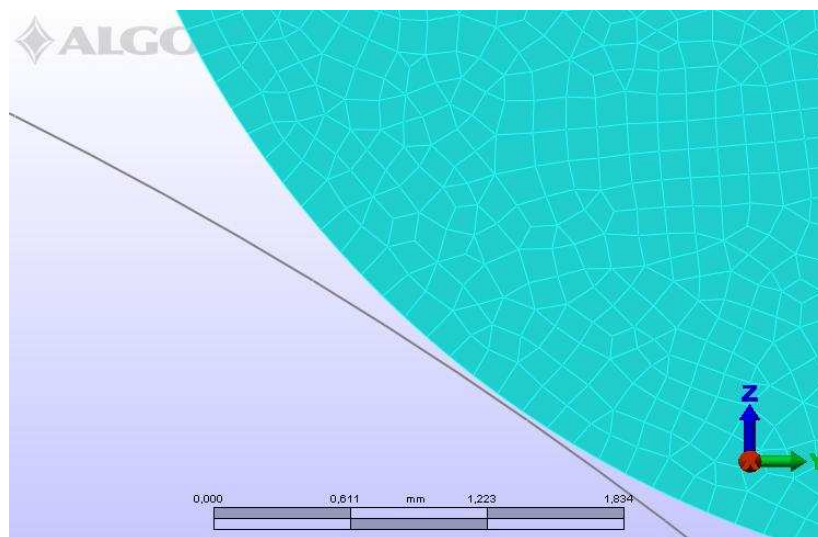


Figura 3-10: Mallado en un elemento rodante, para generar superficie circular en la zona de contacto

La suma de las distancias mínimas entre las superficies de un rodillos y las pistas interna y externa (holgura) es de 0.01 mm, se ha observado que cierta holgura es necesaria para la ejecución de la simulación.

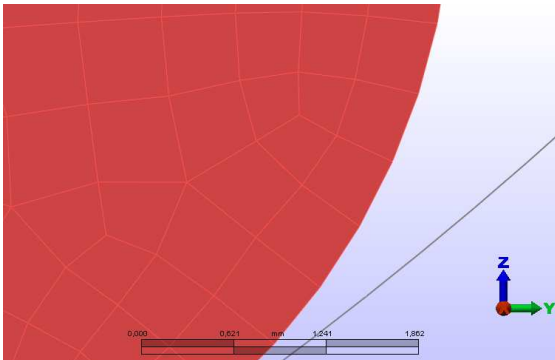
El mallado de los rodillos ha sido el más difícil de realizar y de mayor cantidad de ensayos, porque de un mallado óptimo dependía el calculo y el buen funcionamiento de la simulación en eventos mecánicos. Por tal motivo, antes de realizar la simulación con estos ensayos, se hicieron varias pruebas hasta detectar la mejor opción de mallado posible, porque mejoraría en tiempo de calculo, en disminución de las operaciones matriciales realizadas por el software y mejora en resultados.

A continuación, se muestra cada unos de los ensayos efectuados para encontrar la malla más óptima que mejore parámetros tales como:

- Menor tiempo posible de cálculo.
- Mejor nivel de curvatura de las superficies de contacto.

En la tabla 3-4 se muestra la geometría de la malla en la parte izquierda y en la derecha las condiciones impuestas según los criterios del programa para la generación de la malla.

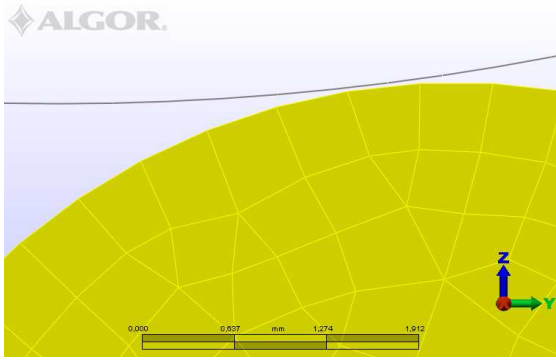
Tabla 3-4: Primer ensayo con los datos determinado por defecto por el programa

	<p>Primer ensayo: celdas cuadradas. Poca densidad.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> - Tiempo de calculo: 240 horas - Densidad de malla: 400. Cuadrada - Ángulo 15° - Factor geométrico: 1.5. - Factor de refinado: 1.75 - Factor de cierre: 4

Se concluye para el ensayo mostrado en la tabla 3-4 que los nodos de la superficie que entra en contacto con la pista externa se encuentran muy separados. Esto imposibilita la rodadura del rodillo porque su factor de refinamiento es muy bajo, además todas las celdas son solo de cuatro lados, esto hace que los nodos se encuentren a mucha distancia entre si, tanto en la superficie como dentro de la pieza.

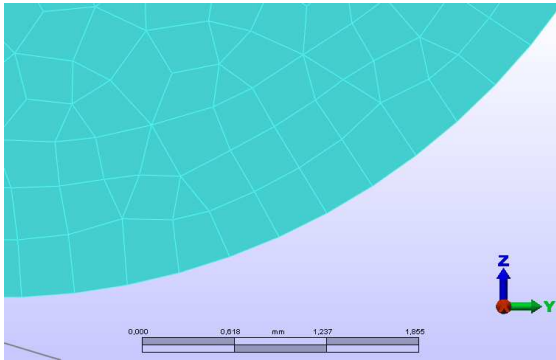
Por tal razón, se decide crear un modelo con rodillos de celdas mixtas y con factor de refinamiento un poco más alto, sobre todo para que los nodos periféricos de los rodillos se encuentren más cerca entre sí. En la tabla 3-5 se muestra este segundo ensayo.

Tabla 3-5: Segundo ensayo con cambio en la forma de malla y en el factor de refinado.

	<p>Segundo ensayo: celdas Mixtas. Poca densidad.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tiempo de calculo: 240 horas - Densidad de malla: 400 Mixta - Ángulo 15° - Factor geométrico: 1.5. - Factor de refinado: 2 - Factor de cierre: 4 (incluye tres)
---	--

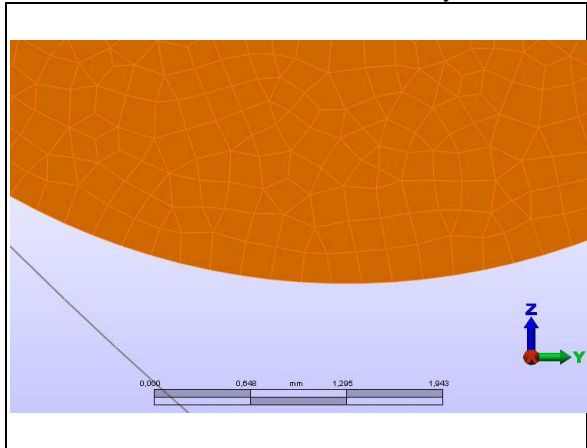
En el segundo ensayo mostrado en la tabla 3-5 no difiere mucho del primer ensayo, por tal razón se decide elevar el número de celdas, manteniendo el factor de refinado (Tabla 3-6).

Tabla 3-6: Tercer ensayo con el doble del número de celdas que las anteriores.

	<p>Tercer ensayo: celdas Mixtas. Densidad Media.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tiempo de calculo: 300 horas - Densidad de malla: 800 Mixta - Ángulo 15° - Factor geométrico: 1.5. - Factor de refinado: 2 - Factor de cierre: 4 (incluye tres)
---	--

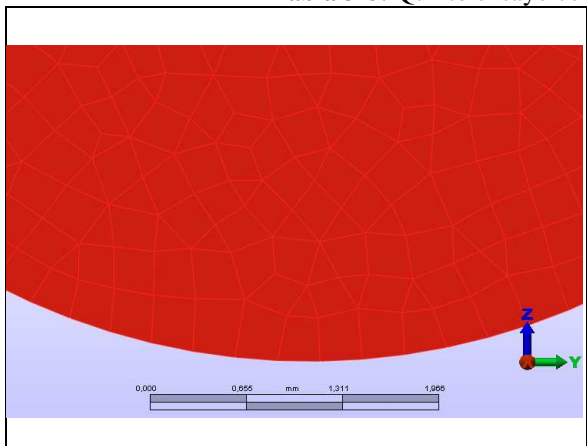
Los resultados de este tercer ensayo cuyas condiciones se muestran en la tabla 3-6, es que el tamaño de malla periférica es muy grande y no permite rodadura. Por tal razón, para el próximo ensayo se aumenta el factor de refinamiento, las condiciones de este ensayo se muestra en la tabla 3-7.

Tabla 3-7: Cuarto ensayo, aumento de celdas y de factor de refinamiento.

	<p>Cuarto ensayo: celdas Mixtas. Densidad Media.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tiempo de calculo: 320 horas - Densidad de malla: 800 Mixta - Ángulo 15° - Factor geométrico: 1.5. - Factor de refinado: 3 - Factor de cierre: 4 (incluye tres)
---	--

En el cuarto ensayo cuyas condiciones se muestra en la tabla 3-7, los nodos periféricos se encuentran más cerca uno de otros, mejorando la curvatura de la superficie, pero no es suficiente para encontrar la dinámica deseada. Por tal razón, se busca una malla con mayor densidad, así que para el quinto ensayo se sube el número de celdas, pero se disminuye el factor de refinado para no generar muchos nodos en la periferia (tabla 3-8), porque como se verá más adelante, los nodos periféricos de las superficies de las piezas en contacto, generan elementos adicionales al crear el contacto entre las superficies.

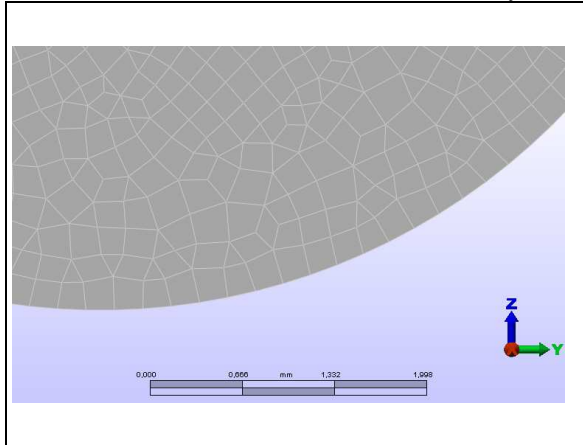
Tabla 3-8: Quinto ensayo con un número mayor de celdas.

	<p>Quinto ensayo: celdas Mixtas. Densidad Media Alta.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tiempo de calculo: 600 horas - Densidad de malla: 1200 Mixta - Ángulo 15° - Factor geométrico: 2 - Factor de refinado: 1 - Factor de cierre: 4 (incluye tres)
---	---

En el quinto ensayo mostrado en la tabla 3-8 pese a que se aumentó la densidad de malla y por ello aumenta el número de celdas y elementos, no hay un buen nivel de curvatura en la superficie exterior de los rodillos, esto es debido a que el factor de refinamiento es bajo, por tal razón, en el análisis de las simulaciones los rodillos no

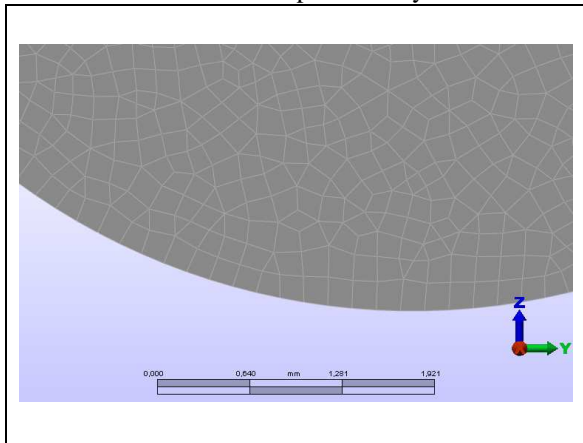
presentan rodadura sobre la pista externa; fue por esto que el factor de refinamiento se fue aumentando poco a poco (tabla 3-9).

Tabla 3-9: Sexto ensayo con factor de refinamiento mayor.

	<p>Sexto ensayo: celdas Mixtas. Densidad Media Alta.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tiempo de calculo: 900 horas - Densidad de malla: 1200 Mixta - Ángulo 15° - Factor geométrico: 2 - Factor de refinado: 2 - Factor de cierre: 4 (incluye tres)
---	--

El nivel de curvatura de la superficie del ensayo sexto mostrado en la tabla 3-9, es discontinuo, no describe una curva sino pequeñas ondulaciones y ese se describe en el análisis de sus resultados. Para el próximo ensayo se mejora el nivel de refinamiento, tabla 3-10.

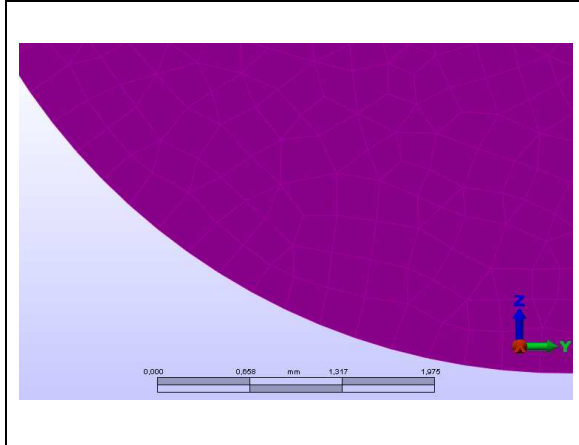
Tabla 3-10: Séptimo ensayo con alto factor de refinamiento y alto numero de celdas.

	<p>Séptimo ensayo: celdas Mixtas. Densidad Media Alta.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tiempo de calculo: 1200 horas - Densidad de malla: 1200 Mixta - Ángulo 15° - Factor geométrico: 2 - Factor de refinado: 3 - Factor de cierre: 4 (incluye tres)
---	---

En la tabla 3-10, se muestra que la superficie del rodillo tiene buen nivel de curva, con forma continua, se demostró dentro del análisis de resultados, que es la que mejor se adapta al funcionamiento de un rodamiento de rodillos, pero existen algunos saltos anormales en los resultados de desplazamientos del centro de los rodillos que se decide seguir haciendo más ensayos.

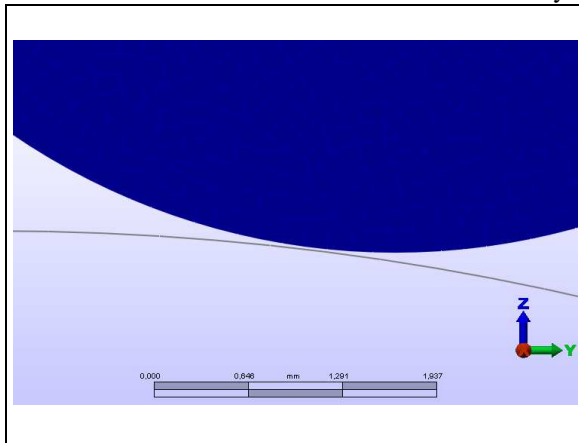
Para el siguiente ensayo se propuso otra densidad de malla (tabla 3-11), con aumento de celdas y disminuyendo el factor de refinamiento para restar elementos de contacto (véase el tema de contacto en este capítulo)

Tabla 3-11: Octavo ensayo, poco factor de refinado.

	Octavo ensayo: celdas Mixtas. Densidad Alta.
	<ul style="list-style-type: none"> - Tiempo de calculo: 1000 horas - Densidad de malla: 1400 Mixta - Ángulo 15° - Factor geométrico: 2 - Factor de refinado: 2 - Factor de cierre: 4 (incluye tres)

Aunque se aumentaron el número de celdas, al disminuir el factor de refinado no se logro obtener buenos resultados con este mallado, dado que la línea de la superficie no genera una curva muy continua. Para el próximo ensayo se aumenta este factor.

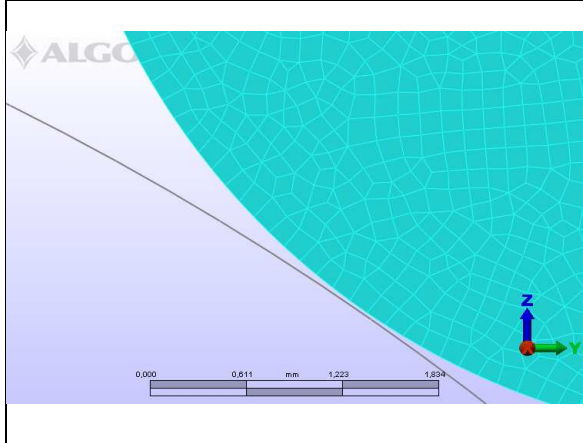
Tabla 3-12: Noveno ensayo con mayor factor de refinado

	Noveno ensayo: celdas Mixtas. Densidad Alta.
	<ul style="list-style-type: none"> - Tiempo de calculo: 2000 horas - Densidad de malla: 1400 Mixta - Ángulo 15° - Factor geométrico: 2 - Factor de refinado: 3 - Factor de cierre: 4 (incluye tres)

Las pista externa ha sido mallada con una densidad de 1200, y este ensayo tiene un alto valor de factor de refinado con una buena línea de curva en la superficie (tabla 3-12), pero el tamaño de los elementos periféricos difieren en gran medida del tamaño de los elementos de superficie de contacto con las pistas. Esto hace que los cálculos no converjan rápidamente, demorando la simulación un tiempo excesivo. Simultáneamente

se hizo otra simulación con un factor de refinado más alto, con incremento en el tiempo (figura 3-13).

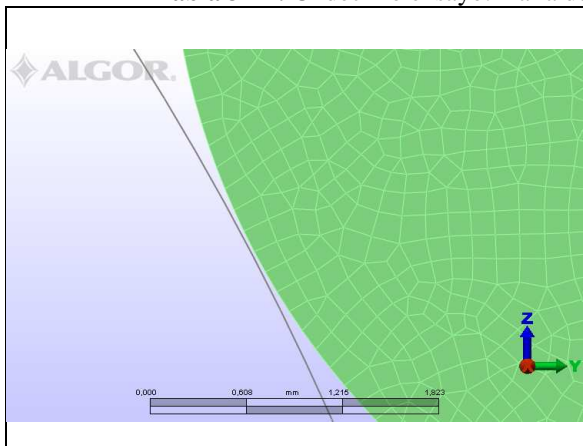
Tabla 3-13: Decimo ensayo, con gran número de elementos, tanto de contacto como de celdas.

	<p>Décimo ensayo: celdas Mixtas. Densidad Alta.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tiempo de calculo: 2400 horas - Densidad de malla: 1400 Mixta - Ángulo 15° - Factor geométrico: 2 - Factor de refinado: 4 - Factor de cierre: 4 (incluye tres)
---	--

Se realizaron alrededor de 15 ensayos más, solo para determinar el mallado óptimo para simular el rodamiento, sobretodo en lo que respecta la dinámica de los rodillos.

Se decidió por el modelo mostrado en tabla 3-14 por tener el menor tiempo de cálculo con respecto a los otros modelos con malla más densa y porque la configuración de la malla en la superficie describe un buen nivel de curva que favorece la rodadura del rodillo sobre las pistas.

Tabla 3-14: Undécimo ensayo: malla definitiva para los rodillos del rodamiento.

	<p>Undécimo ensayo: celdas Mixtas. Densidad media Alta.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tiempo de calculo: 1400 horas - Densidad de malla: 1200 Mixta - Ángulo 15° - Factor geométrico: 2 - Factor de refinado: 4 - Factor de cierre: 4 (incluye tres)
---	--

La generación de la malla para los rodillos se considera para estas simulaciones muy importante, ya que de ella depende factores como:

- El tiempo de cálculo.
- El nivel de rodadura de los rodillos a efectos de la carga y la frecuencia de giro.
- La formación de los elementos de contacto. (véase en el tema **contactos**).

Anillo Interno:

Aunque está unido al eje, deberá estar en esquema diferente para ajustarse a un sistema real y no generar ninguna holgura ni deslizamiento entre eje y aro. La densidad de malla y refinado son similares al de aro externo.

Eje:

El centro de su esquema estará en el origen del sistema, tendrá la misma densidad y refinado de mallado. La superficie superior estará unida con la superficie interna del aro interno. El eje también portará además de la carga radial una estructura de barras que servirá al sistema de control de velocidad de rotación del sistema. Esta estructura se denominará par motor.

Jaula:

Se necesita un mecanismo que ordene el movimiento de los rodillos impidiendo el choque entre ellos con la rotación del eje, por eso se crearon elementos que unirán los centros de los rodillos para mantener la distancia entre ellos, la jaula se realizó con elemento tipo barra de 1 mm de radio en acero, que permite una elasticidad equivalente a la mostrada por la jaula real de poliamida. Estos elementos están articulados en los centros de los rodillos, por lo que variaciones angulares entre ellos están permitidas (figura 3-11).

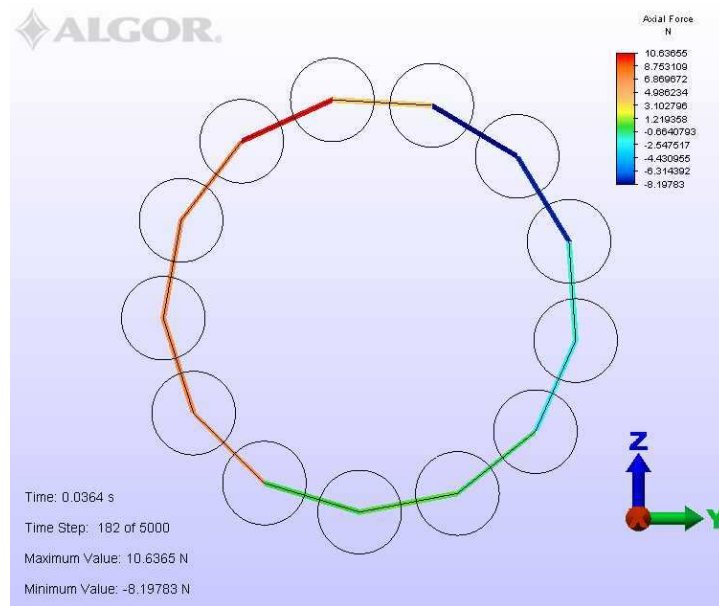


Figura 3-11: Estructura de jaula que une los centro de rodillos.

Par motor:

Desde el centro del eje, se colocan 16 eslabones hasta la superficie exterior, formando una nueva estructura que imprimirá el movimiento de giro al eje y este a su vez se la destinará al sistema. El código de elementos finitos utilizado condiciona un control de giro solo sobre elementos tipo viga, porque son elementos de dos nodos, uno de ellos rota de forma controlada con respecto al otro. A esta estructura se le aplicará la condición de desplazamiento preescrito en la unión de sus eslabones (figura 3-12).

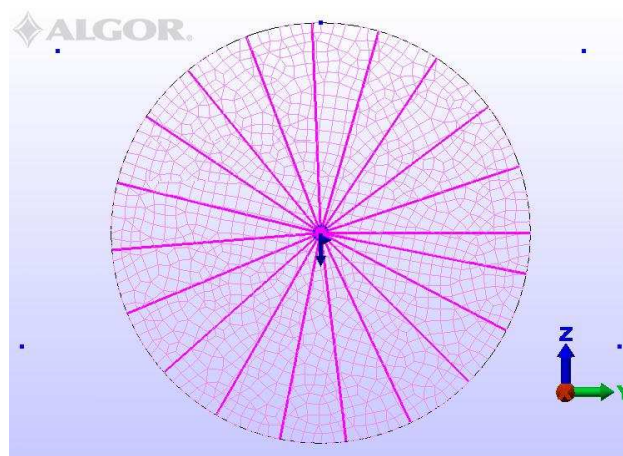


Figura 3-12: Estructura motor que aplica y controla la frecuencia de giro.

Para este análisis de un modelo numérico bajo régimen de simulación de eventos mecánicos, es necesario que la frecuencia de giro del eje se torne constante durante toda la simulación.

En ensayos a rodamientos en un banco experimental el eje aplica la velocidad de rotación al sistema, no es así en el caso de un modelo numérico con frecuencia de giro, se debe añadir una pieza ajena al rodamiento (par motor) que conste de elementos tipo viga que contengan tan solo dos nodos, en donde uno de ellos se pueda restringir y el otro con movimiento relativo con centro en el nodo restringido.

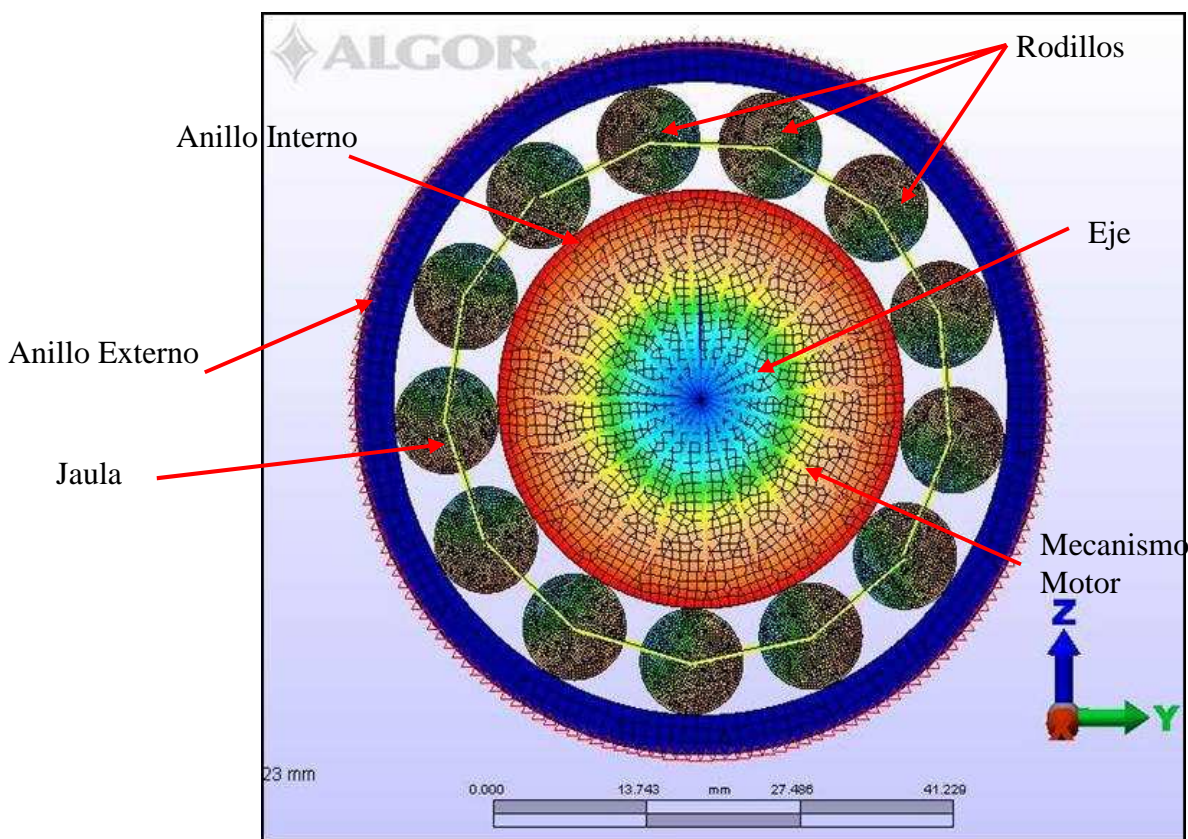


Figura 3-13: Geometría del modelo analizado bajo FEM/MES

En la figura 3-13 se muestra la geometría del rodamiento de rodillos cilíndricos para ser simulada y analizada por medio del método de los elementos finitos bajo las siguientes condiciones:

- Implementación de la gravedad en el mismo sentido de la fuerza aplicada.

- El material es isotrópico de acero en frío, apto para rodamientos de este tipo (tabla 3-4).

Tabla 3-15: Propiedades del materia isotrópico AISI 1006 Steel, para las piezas del modelo.

Propiedades	Magnitud	Unidades
<i>Densidad de masa</i>	$7,872 * 10^{-9}$	$N * s^2 / mm / mm^3$
<i>Modulo de Elasticidad</i>	205000	N / mm^2
<i>Coeficiente de Poisson</i>	0,29	
<i>Modulo de Elasticidad a Cortante</i>	80000	N / mm^2
<i>Limite de Elasticidad</i>	285	N / mm^2

La carga es una fuerza puntual de 1000 N aplicada sobre el nodo del centro del eje en sentido negativo de la coordenada Z, permanecerá constante en magnitud, dirección y sentido durante la duración del evento.

El valor nominal de 98 Kilogramos, carga normal para este tipo de rodamiento según referencia [48].

Esta carga, unida a las frecuencias de giro simuladas, supone condiciones normales de funcionamiento del rodamiento para ser calculadas.

En maquinaria la mayoría de rodamientos están restringidos en el aro externo, sometiendo la pista externa a las máximas tensiones, y presentándose por consiguiente mayores riesgos en la aparición de defectos localizados en ella.

3.2.1.2 Elementos de Contactos

La simulación del contacto entre dos superficies se realiza mediante la reacción de elementos lineales de contacto entre todos los nodos de las superficies en contacto.

Para esta simulación, cada nodo de la superficie de los rodillos genera un elemento de contacto con cada uno de los nodos de las pistas, interna y externa (figura 3-14).

En el modelo propuesto de simulación en MEF/MES, existen 26 pares de superficies en contacto, que son las 13 superficies de los rodillos con la pista externa y las mismas 13 con la pista interna. Esto supone la generación de una alta cantidad de elementos, cerca de medio millón, frente a los 20.000 elementos físicos que componen la geometría del sistema.

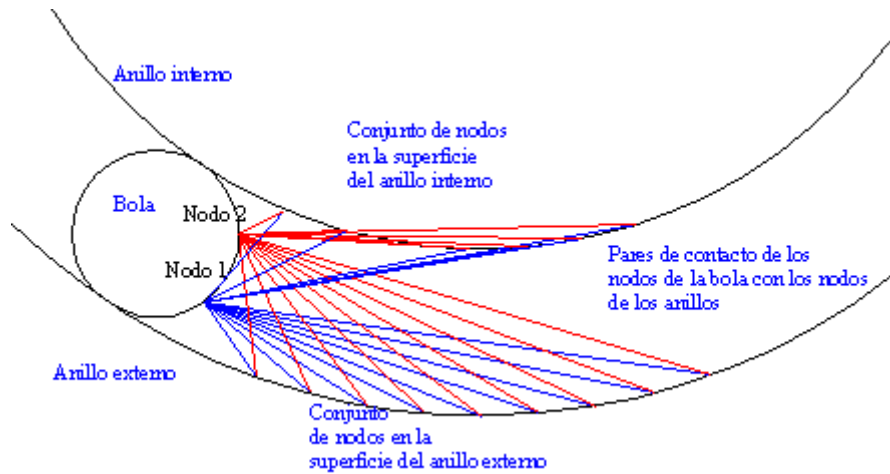


Figura 3-14: Relación de los nodos del par para un rodillo con las pistas.

En la figura 3-14 se muestra como se generan los elementos de contacto entre los rodillos y las pistas. El número total de nodos físicos y de contacto se muestra en el anexo 3 de esta tesis.

Cada elemento de contacto actúa con una rigidez de 100000 N/mm^2 , esta rigidez se activa cuando las superficies entran en contacto a menos de $0,01 \text{ mm}$ de distancia entre los nodos.

El software de análisis utiliza el método de rigidez de contacto adaptativo [33,45] para aplicar una fuerza en cada nodo de contacto cuando la longitud del elemento que los une decrece hasta un valor denominado “tolerancia de contacto”. Para este caso, la tolerancia de contacto ha sido de 0.01 mm , que es el valor fijado por defecto en Algor™. Esta fuerza de contacto se hará efectiva provocando resultados de deformación, tensión, fuerza de reacción en cada paso del análisis.

Otros parámetros que definen el contacto se enumeran a continuación:

- El tipo de problema de contacto es de alta velocidad con posibles choques.
- El método de contacto es con implementación de coeficientes de fricción.
- El tipo de contacto será de superficie contra superficie.
- Se impone un modulo de rigidez a cortante simulando una superficie rectificadora de resistencia a 100.000 N/mm^2 .

- Para el modelado del contacto se aplicará como coeficiente de fricción estática 0,2 y de igual magnitud de forma dinámica [17].

3.2.1.3 Parámetros de análisis en simulaciones de eventos mecánicos (MES)

En el análisis dinámico del rodamiento, se ha fijado una duración del evento de un segundo, suficientemente grande para garantizar que se alcanza el régimen permanente, en el que la velocidad de giro, las deformaciones de las piezas debido a la carga se estabilizan y los resultados son propios de un sistema dinámico. Por lo que respecta a la resolución temporal de cálculo, la captura de datos es de 5000 por segundo.

El hardware utilizado es de 1.8 GHz CPU, 2 gigas de RAM, y 80 gigas de disco duro con procesador Pentium 4, simulaciones realizadas en el laboratorio de ensayos virtuales del departamento de Ingeniería Mecánica de la universidad Carlos III de Madrid, sala de calculo 1.1.C.12 del grupo MaqLab [18].

El tiempo de cálculo de más 1200 horas, para simulaciones de 1 segundo de duración del evento.

3.2.2 Toma de datos y análisis de resultados

3.2.2.1 Toma de Datos (Modelo de simulación en MEF/MES):

En el apartado anterior de este capítulo se presentó el modelo numérico de rodamiento de rodillos, analizado por medio del método de los elementos finitos bajo un código comercial Algor™. Con este modelo numérico se podrá obtener resultados en fuerza de reacción, tensiones, y niveles de vibración debido a la deformación.

Para este estudio se adquirieron datos temporales de fuerza de reacción de los rodillos sobre la pista externa.

El análisis de la fuerza de reacción sobre la pista externa se describe la distribución de carga llamando la zona de carga del rodamiento. Esta zona de carga del modelo de simulación será comparada con la zona de carga del modelo analítico desarrollado para esta tesis.

Los resultados se obtendrán con un ángulo de 13.85° con respecto a la línea de fuerza. Este ángulo es la mitad de la distancia que se encuentra los rodillos.

$$\Delta\Psi = \frac{360^\circ}{2Z} = 13.85^\circ \quad (3.22)$$

Donde Z es el número de rodillos (13) y Ψ es el ángulo de ubicación con inicio en la línea de fuerza F (figura 3-15).

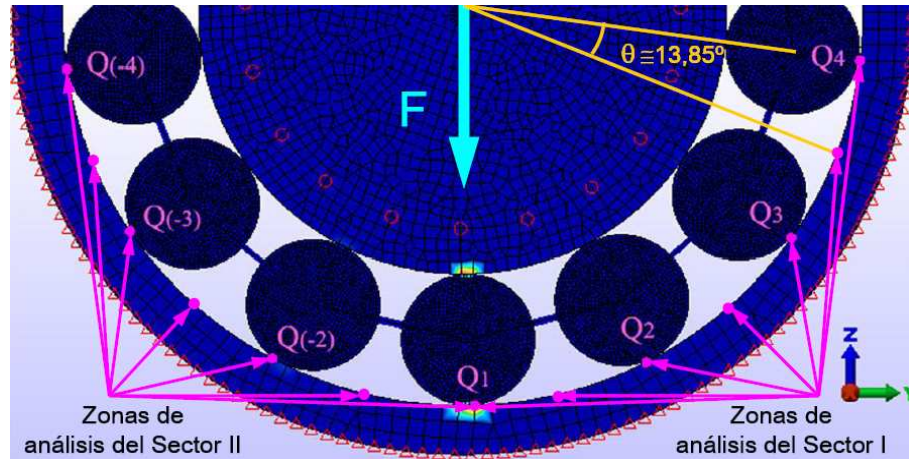


Figura 3-15: Orden de adquisición de datos para el modelo MEF.

La figura 3-15 muestra los puntos donde se obtuvieron los resultados. El giro de rotación del eje es positivo sobre el plano.

Los ángulos positivos están ubicados sobre la sección derecha de la línea de fuerza (puntos Q₂, Q₃, y Q₄). El punto Q₁ indicaría el ángulo $\Psi^o=0$ y los puntos Q₍₋₂₎, Q₍₋₃₎, y Q₍₋₄₎ son los ángulos negativos.

La presión ejercida por los rodillos sobre la pista externa, genera que tres nodos de la pista reaccionen de forma simultánea, creando un resultado conjunto e instantáneo de fuerza de reacción (figura 3-16).

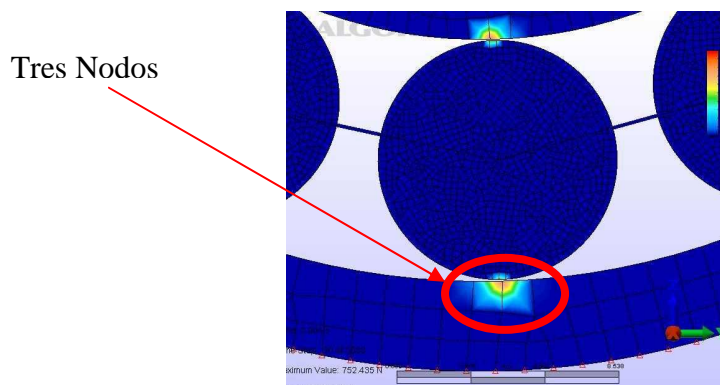


Figura 3-16: Apoyos del rodillos sobre la pista externa.

La figura 3-16 muestra la reacción de tres nodos por el apoyo del rodillo sobre la pista externa. Por tal razón, se han computado la reacción normal que ejerce el rodillo sobre la pista externa en un punto, como la suma de las reacciones de los tres nodos adyacentes de dicho punto, de este modo se obtiene los datos de cada nodo de forma temporal, para luego ser sumados y generar un resultado total por el paso del rodillo sobre el ángulo seleccionado (figura 3-17).

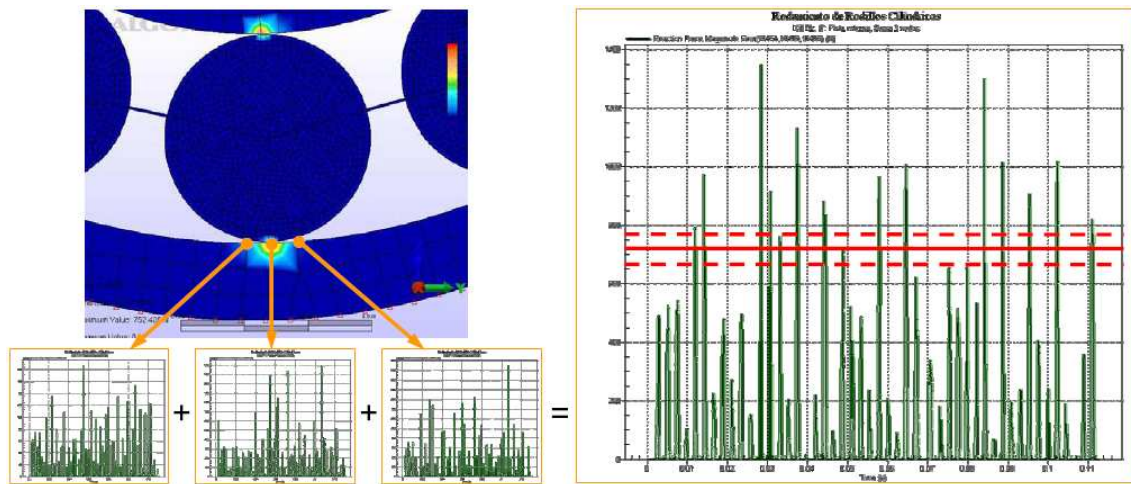


Figura 3-17: Forma de adquisición de datos del modelo analizado modelo a 100 Hz.

La figura 3-17 muestra la forma de adquirir los datos temporales por cada ángulo dentro de la zona de carga, la suma de tres nodos da como resultado una gráfica temporal, en donde el promedio de sus máximos locales o picos de fuerza generan el valor representativo por cada ángulo Ψ seleccionado.

Para cada promedio que representa el valor de la fuerza, se eliminaron algunos picos de valores muy altos, generados durante el inicio del análisis, debido a la repentina caída de la carga sobre los componentes del rodamiento. También dentro de cada promedio de datos clasificados se genera una desviación estándar que mostrará el rango de diferencia entre todos los valores, esta desviación estará dada por la raíz cuadrada de la sumatoria de la diferencia al cuadrado de cada uno de los datos, dividida por el número de datos menos uno. Los picos obtenidos y analizados corresponden a más del 90% por ciento de todos los datos adquiridos para cada muestra.

$$DES = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{(n-1)}} = \quad (3.23)$$

En cada punto seleccionado de la simulación se obtiene una gráfica temporal de valores máximos (picos). Estos picos son la de magnitud de la fuerza generada por el paso de los rodillos sobre la pista externa (figura 3-17 derecha).

El número de picos adquiridos por cada simulación dependía de la velocidad de rotación de eje, entre más frecuencia de giro, mayor cantidad de veces pasaba el rodillo sobre un punto de la pista externa (tabla 3-16)

Tabla 3-16: Numero de picos seleccionados para el análisis de la distribución de carga sobre la pista externa.

Rodamiento a frecuencia de giro de eje (Hz)	Numero de picos seleccionados
20	26
30	39
40	50
50	60
100	80
200	120

La tabla 3-16 muestra la cantidad de picos seleccionados en cada simulación para el análisis.

La zona de carga del rodamiento estará formada por los promedios de estos picos que son el promedio de la fuerza de reacción a lo largo de la pista externa.

La tabla 3-17 representa el promedio de la fuerza de reacción en cada ángulo junto con la desviación estándar.

La desviación estándar se interpretara como el rango de la diferencia de los valores para cada ángulo Ψ° seleccionado.

El análisis de los resultados mostrados en la tabla 3-17, son los obtenidos durante todo el tiempo que duro la simulación.

Tabla 3-17: Valores y magnitudes de la fuerza de reacción de la pista externa dentro del análisis MEF/MES a 100 Hz.

Ángulo (Ψ °)	Fuerza de Reacción MEF (N)	Desviación
-90.00	55.00	6.56
-83.08	55.08	14.12
-69.24	197.93	15.33
-55.38	409.09	28.25
-41.54	528.75	44.02
-27.69	627.79	39.02
-13.85	687.00	38.49
0	737.55	32.99
13.85	704.88	34.67
27.69	521.16	26.29
41.54	471.88	22.17
55.38	374.32	15.13
69.24	222.52	5.85
83.08	107.43	6.57
90.00	75.00	14.12

En la tabla 3-17 se recogen los valores que conforman la fuerza de contacto entre las pistas y los elementos rodantes que se distribuyen en la zona de carga, siendo mayores cuando más se aproximan a la línea de carga ($\Psi=0$) y decreciente a medida que se aleja de ella, hasta llegar a anularse en $\Psi=\pm 90^\circ$, si no se considera las fuerzas de inercia sobre los rodillos.

La zona de carga de un rodamiento es el sector donde se concentra todas las magnitudes de presión y fuerzas generadas por la carga aplicada y la dinámica del sistema. La tabla 3-17 muestra en la primera columna el valor del ángulo Ψ sobre la pista externa que se utilizó para captar los datos del modelo numérico, siguiendo con la magnitud promedio en Newton de la fuerza de reacción; en la tercera columna la desviación estándar para cada uno de estos promedios. El intervalo de desviación no sobrepasa del 8% los datos obtenidos por cada ángulo.

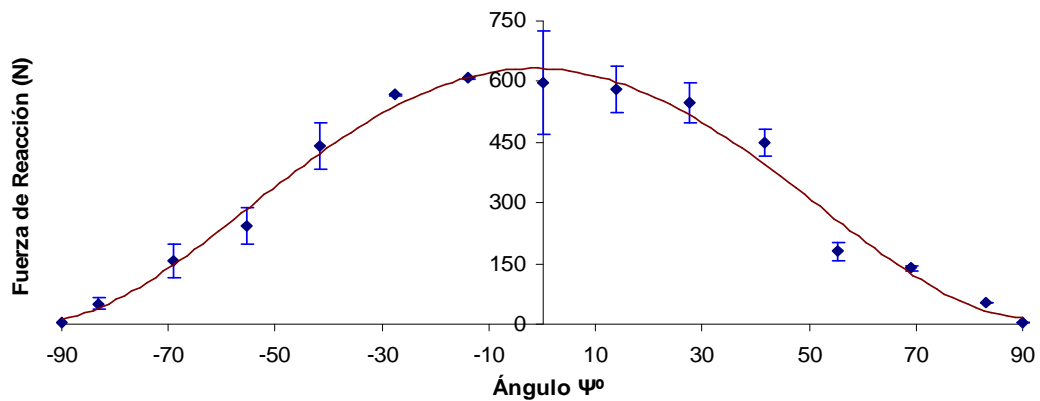
3.2.2.2 Análisis de Datos

El modelo numérico del rodamiento de rodillos cilíndricos se simuló para seis frecuencias de giro: 20, 30, 40, 50, 100 y 200 Hz. Las frecuencias de 20 y 30 Hz son consideradas como de velocidad de rotación media, 40 y 50 Hz altas 100 y 200 Hz muy

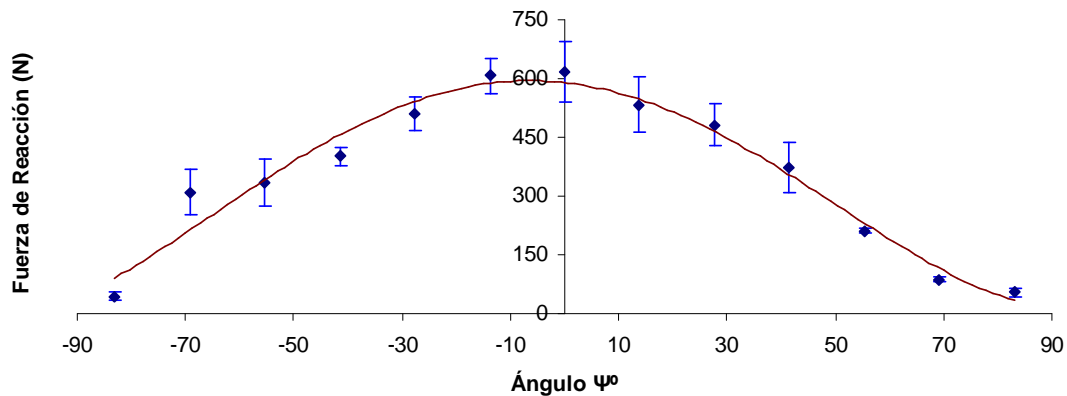
altas; con estas frecuencias se analiza el rodamiento en condiciones de funcionamiento normales a condiciones extremas de trabajo con la misma magnitud de carga. La carga de 1000 N fue aplicada sobre el nodo central del eje.

En las siguientes graficas se muestran los resultados de las simulaciones para cada frecuencia de giro en donde la coordenada horizontal corresponderá al ángulo de ubicación Ψ y dará forma a la zona de carga para cada uno de los modelos de rodamientos simulados. Las barras de error indican la dispersión de valores máximos de reacción correspondientes a los datos utilizados para cada promedio con respecto a cada ángulo Ψ .

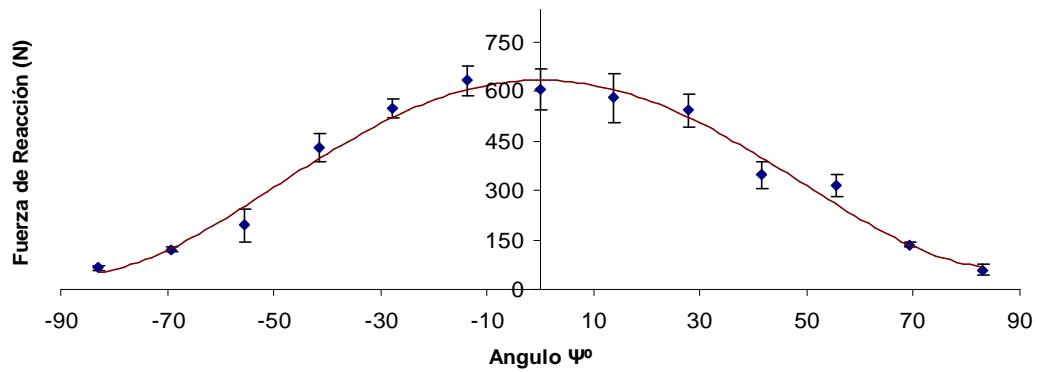
**Rodamiento de Rodillos Cilíndricos. Modelo MEF.
20 Hz. Contacto Pista Externa.**



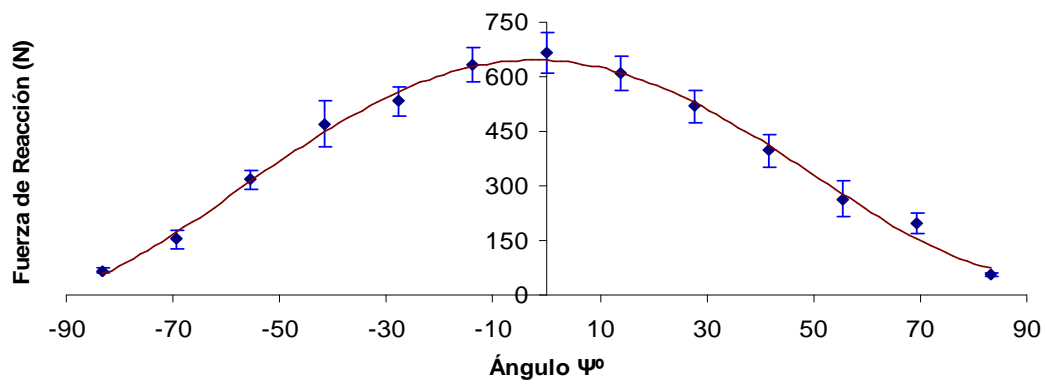
**Rodamiento de Rodillos Cilíndricos. Modelo MEF.
30 Hz. Contacto Pista Externa.**



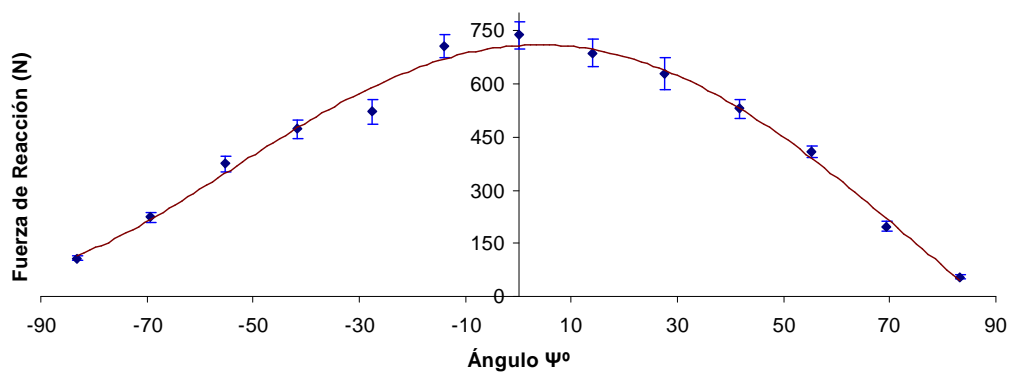
Rodamiento de Rodillos Cilíndricos. Modelo MEF.
40 Hz. Contacto Pista Externa.



Rodamiento de Rodillos Cilíndricos. Modelo MEF.
50 Hz. Contacto Pista Externa.



Rodamiento de Rodillos Cilíndricos. Modelo MEF.
100 Hz. Contacto Pista Externa.



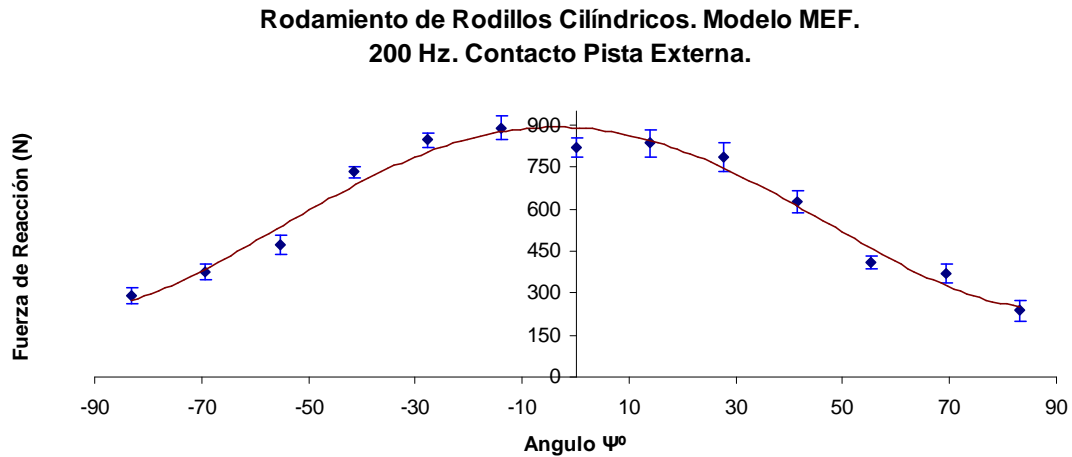


Figura 3-18: Curvas de carga generadas por los modelos analizados a 20, 30, 40, 50, 100 y 200 Hz.

La figura 3-18 presenta los resultados de las simulaciones a frecuencias de 20, 30, 40, 50, 100 y 200 Hz con un intervalo de desviación por cada ángulo de ubicación, estos resultados serán comparados con los resultados generados en el modelo analítico Jones-Harris en igualdad de condiciones.

Además de la comparación se podrá anotar las siguientes particularidades analizadas al respecto de estos resultados:

- El intervalo de desviación disminuye al aumentar la frecuencia de giro del eje, esto se interpreta que dentro del análisis de la simulación MEF, se obtienen resultados con menores rangos de error al incrementar la velocidad de rotación.
- La fuerza centrífuga se hace revelante en los resultados de la presión de los elementos rodantes sobre la pista externa cuando la frecuencia de rotación supera los 100 Hz.

La línea de tendencia se mantiene simétrica en la configuración de la zona de carga, los valores máximos se siguen manteniendo cerca de la línea de carga y decrecen al alejarse.

El modelo del rodamiento de rodillos cilíndricos simulado con varias frecuencias de giro de eje muestra diferencias importantes en magnitud de carga al incrementar la velocidad de rotación como se muestra en la figura 3-19.

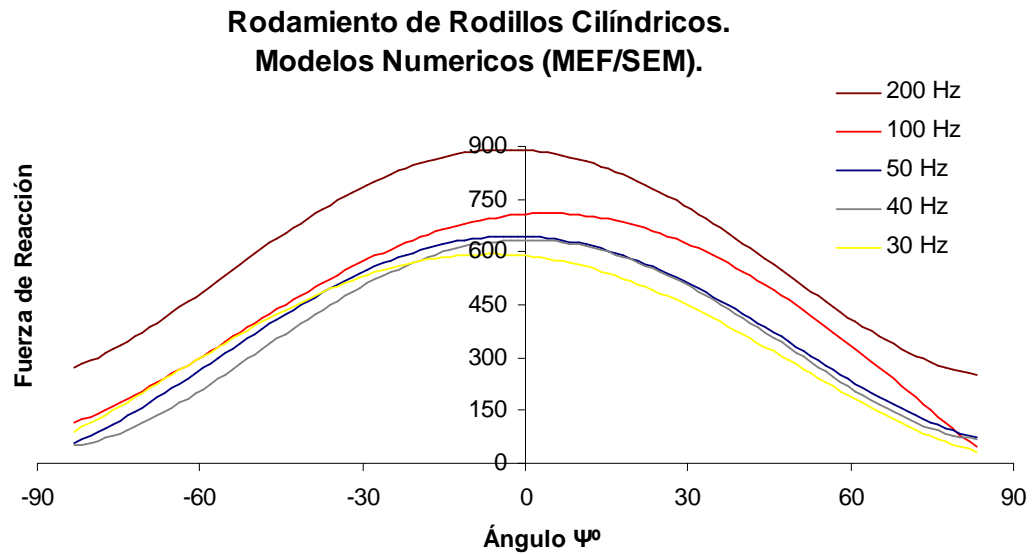


Figura 3-19: Evolución del contacto con respecto a la variación de la frecuencia de giro.

La figura 3-19 muestra las gráficas de las líneas de tendencia que describen la geometría de la zona de carga que representa las fuerza de reacción que ejercen los rodillos sobre la pista externa diferentes frecuencias de giro. Muestra la evidencia que al aumentar la frecuencia aumenta la fuerza centrífuga y por consiguiente, la reacción de contacto, esto genera que los rodillos ejerzan contacto sobre toda la superficie de la pista externa aunque se encuentren fuera de la zona de carga.

Al observar con el incremento de la frecuencia, se incrementa también la reacción de contacto, por esto se calcula el factor que determina la magnitud de la fuerza de reacción de los rodillos sobre la pista por cada incremento de 1 Hz (figura 3-20).

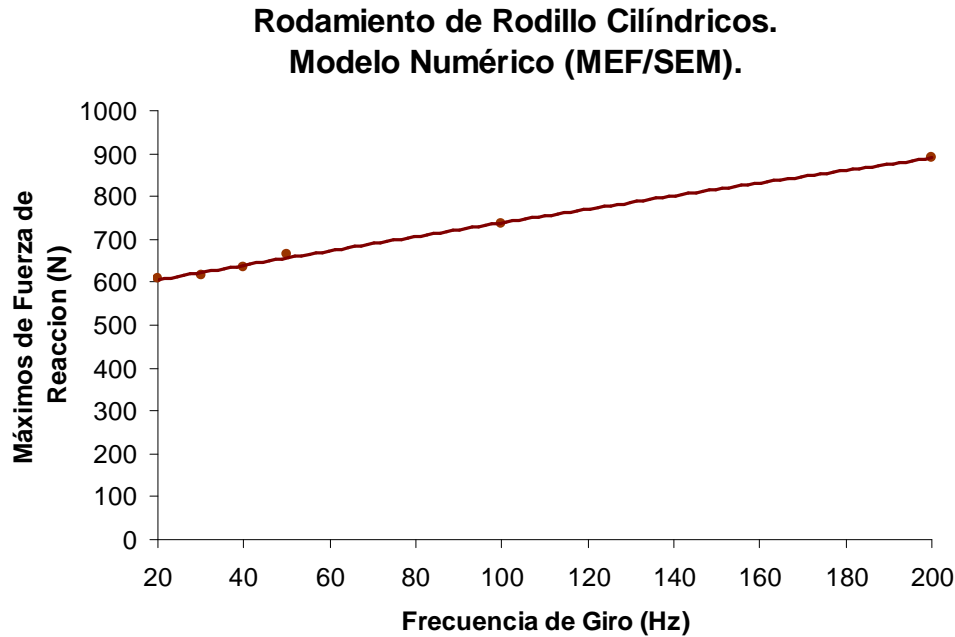


Figura 3-20: Relación de fuerzas de reacción entre pista externa y rodillos con frecuencia de giro.

La figura 3-20 muestra la línea de tendencia del factor de incremento de la fuerza. Este factor se incrementa a razón de 1.5 N por cada Hz de incremento en la frecuencia de giro del eje.

3.3. COMPARACION Y VALIDACIÓN DE RESULTADOS

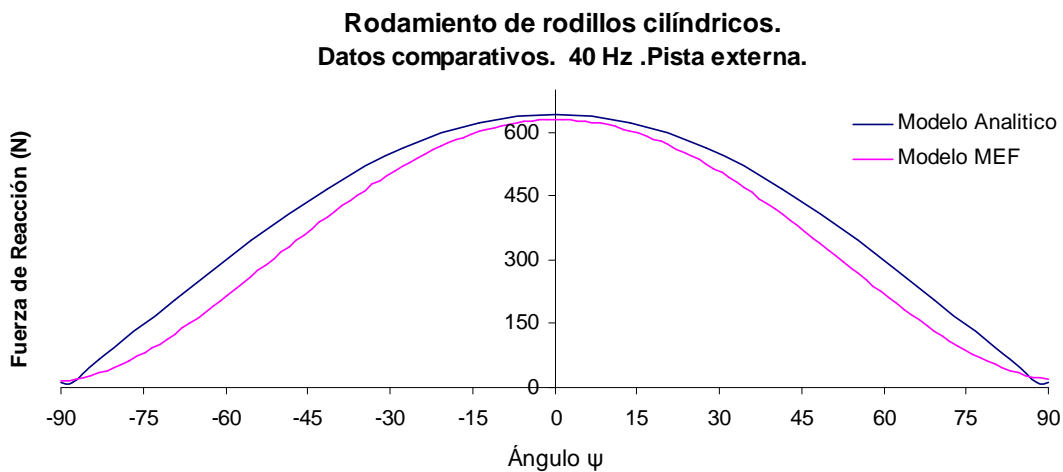
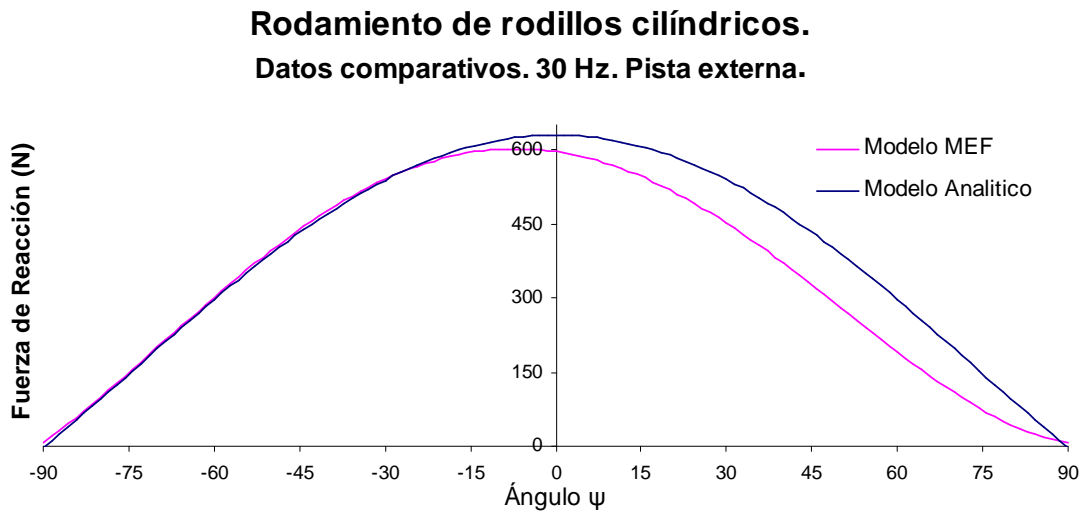
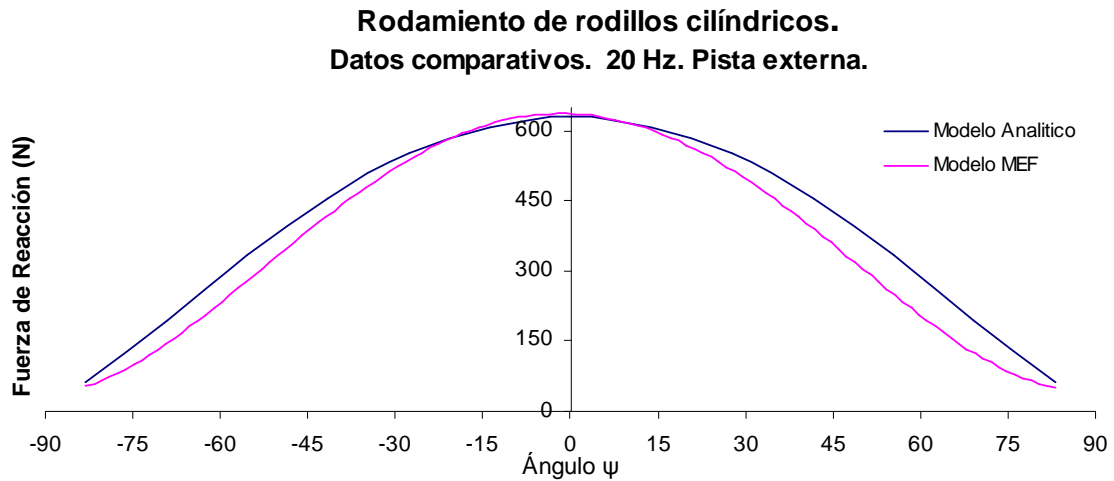
3.3.1 Comparación de Resultados

Se comparó un modelo de rodamiento de rodillos cilíndricos analizado por medio del método de los elementos finitos con el modelo analítico de iguales dimensiones, características y condiciones de contorno.

Para esta comparación se tuvieron las siguientes consideraciones:

- Los datos fueron adquiridos sobre la pista externa cada $13,85^\circ$ a partir de la línea de fuerza hacia 90° y -90° en la zona de carga.
- Los resultados están generados en fuerza de reacción normal ejercida por la pista externa bajo la acción de los rodillos.
- Los resultados para ambos modelos describirá una línea de tendencia de orden 4 que representará las zonas de cargas de los dos modelos.

Se comparará las zonas de carga de ambos modelos gráficamente, tomando un ángulo común de presión del rodillo sobre la pista externa Ψ^o , referenciando la magnitud de la fuerza de reacción normal de contacto por cada ángulo respectivo:



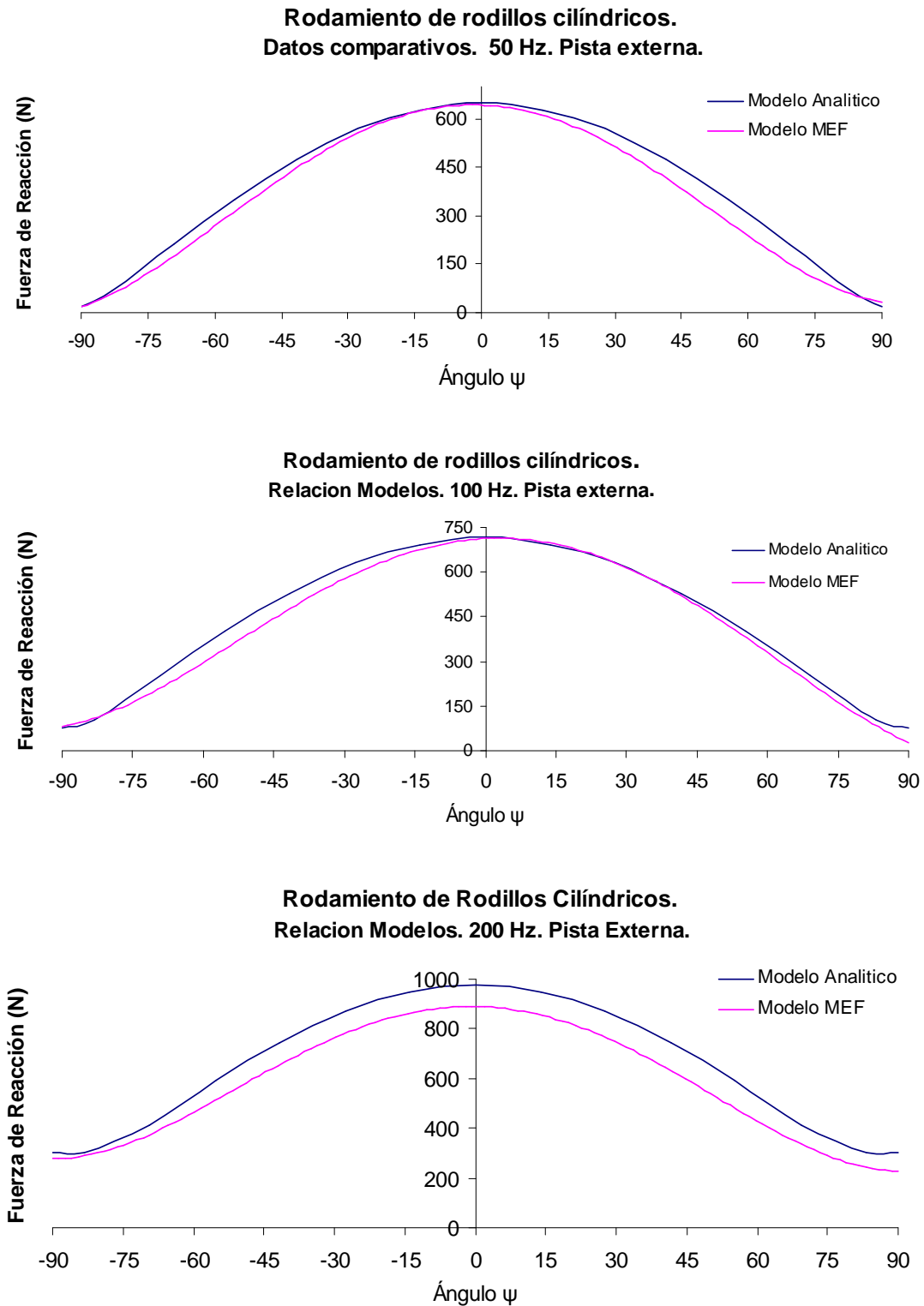


Figura 3-21: Modelos comparados en 20, 30, 40, 50, 100 y 200 Hz.

La figura 3-21 muestra los resultados de la reacción en la pista externa del modelo analítico comparado con los resultados del modelo analizado por medio del

método de los elementos finitos (MEF/MES). Esta similitud de resultados presenta una curva de error que valida el modelo numérico.

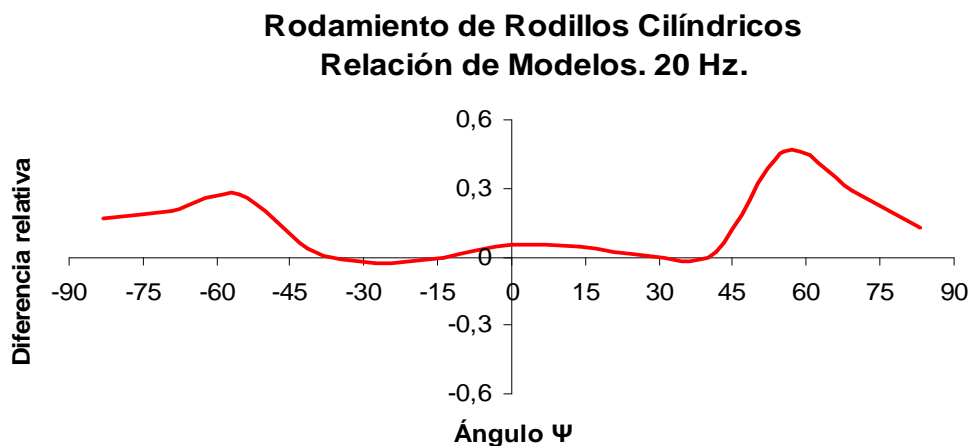
Pero esta similitud de resultados conlleva a diferencias, ya que el modelo MEF/MES contempla condiciones dinámicas más ajustada a un sistema experimental que el modelo analítico tales como:

- Efectos de la rotación durante del tiempo que dura el análisis.
- Efectos de rozamiento y de la fricción presentes en las superficies de contacto.
- Introducción de la jaula dentro del rodamiento y sus efectos en el sistema. El modelo analítico no incluye este componente.

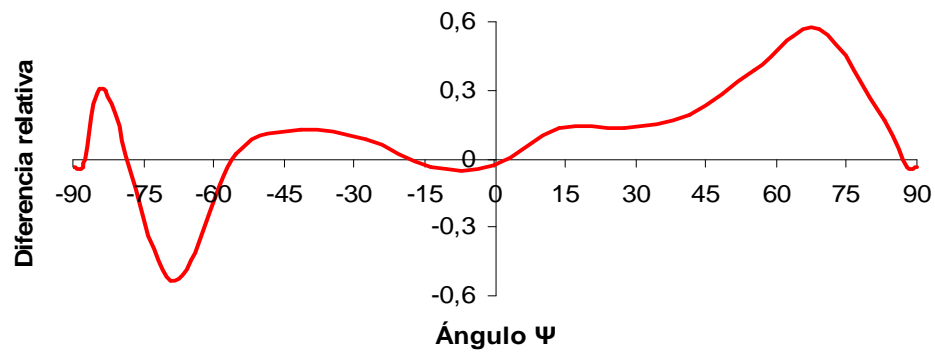
En el análisis de comparación de resultados se genera la diferencia relativa (Δ_r) entre las zonas de carga para ambos modelos, teniendo en cuenta que:

$$\Delta_r = 1 - \frac{\text{Valor de modelo de Simulación}}{\text{Valor de modelo Analítico}} = \quad (2.24)$$

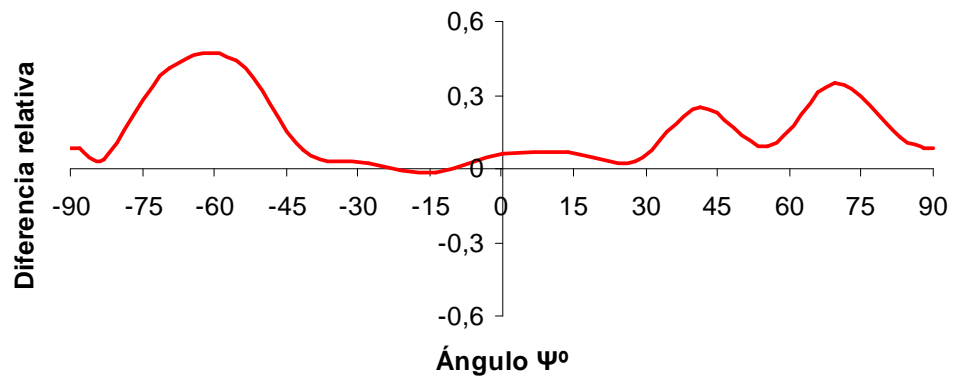
Con la diferencia relativa se tendrá los márgenes de error de forma grafica en cada ángulo de ubicación sobre la pista externa (figura 3-22):



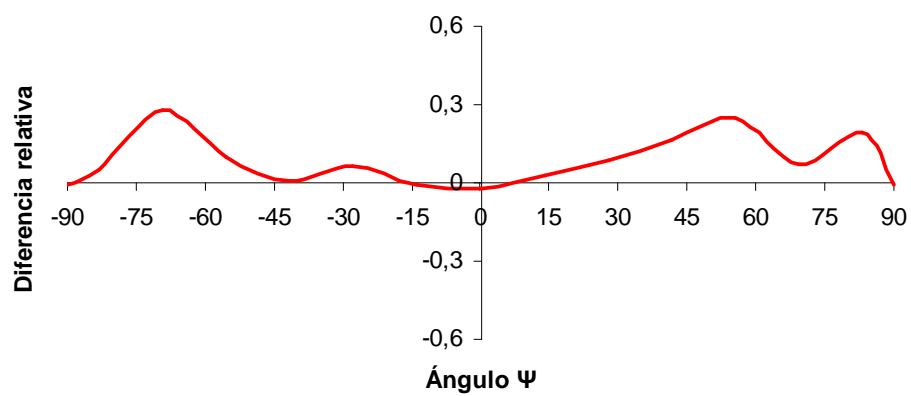
**Rodamiento de Rodillos Cilíndricos.
Relación de Modelos. 30 Hz.**



**Rodamiento de Rodillos Cilíndricos.
Relación de Modelos. 40 Hz.**



**Rodamiento de Rodillos Cilíndricos.
Relación de Modelos. 50 Hz.**



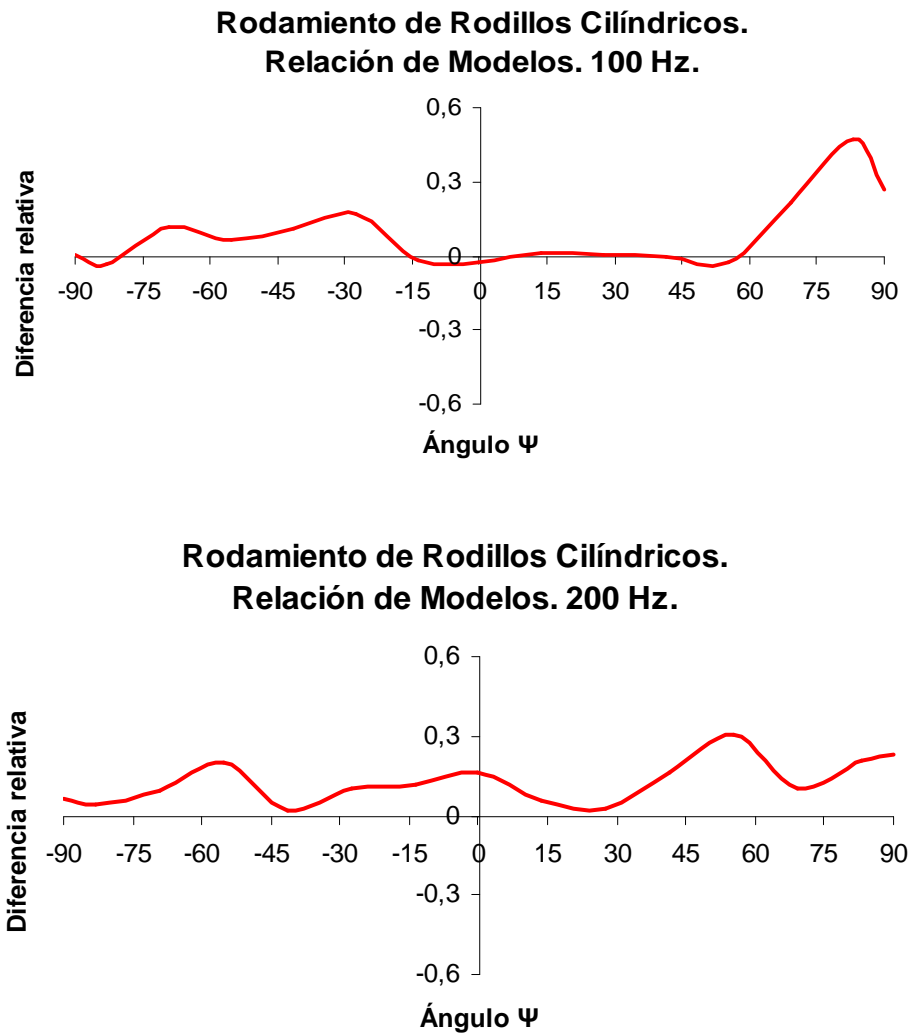


Figura 3-22: Diferencias relativas entre los resultados de los modelos a 20, 30, 40, 50, 100 y 200 Hz.

En la figura 3-22 se muestra las diferencias de los resultados de la reacción que existen entre los dos modelos analizados, se concluye para todos los modelos: que las menores diferencias de valores están cerca de $\Psi = 0^\circ$, en donde en términos prácticos son la diferencias mas importantes, ya que es el lugar donde se encuentran las reacciones de mayor magnitud en un rodamiento sometido a carga radial (figura 3-23)

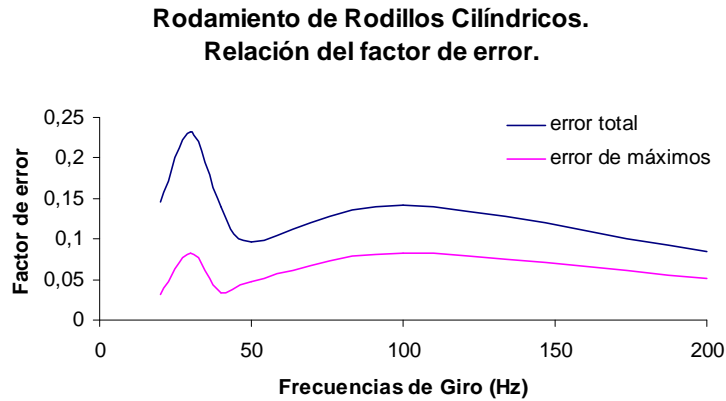


Figura 3-23: Relación de error entre modelos con diferencia de frecuencia.

La figura 3-23 muestra dos curvas, la curva superior nombrada como error total describe las diferencias de todos los resultados obtenidos de la comparación de los dos modelos y la curva de error máximos describe la diferencia de las magnitudes máximas de los resultados de dicha comparación. Esto concluye que el modelo numérico genera datos más confiables en los sectores de mayor contacto.

CAPÍTULO IV:
ESTUDIO DEL DESLIZAMIENTO ENTRE LOS
RODILLOS Y LAS PISTAS DE UN RODAMIENTO

ESTUDIO DEL DESLIZAMIENTO ENTRE LOS RODILLOS Y LAS PISTAS DE UN RODAMIENTO

4.1 Introducción

En capítulos anteriores se ha presentado el modelo numérico de rodamiento propuesto en esta Tesis así como su validación mediante la comparación con el correspondiente modelo analítico expuesto en el texto técnico de Harris. En este capítulo se expone la aplicación de dicho modelo al estudio del deslizamiento entre los rodillos y las pistas del rodamiento.

El rodamiento es un componente dinámico que presenta una alta siniestralidad dentro del funcionamiento de las maquinas rotativas. Uno de los fallos más habituales es la presencia y desarrollo del defecto localizado en pista. Este defecto se presenta por desgaste del material debido al contacto de los elementos rodantes y las pistas.

En muchas publicaciones se ha tenido en cuenta este problema y se han creado métodos para detectar un fallo en su aparición de forma incipiente es decir, cuando el nivel de vibración que emite es poco detectable con procedimientos convencionales. Otros trabajos están orientados a definir el nivel de vibración creando modelos matemáticos para determinar la magnitud de la deformación presentada entre los rodillos y las superficies, a partir de dicho nivel.

Aunque son estudios muy completos y de formulación estadística compleja, la mayoría en sus condiciones de análisis suponen ciertas hipótesis para poder generar resultados numéricos. Una de estas hipótesis es la rodadura sin deslizamiento entre los rodillos y las pistas.

El rodamiento está diseñado para que los rodillos rueden sin deslizar, lo que disminuye la perdida energía mecánica del sistema, pero en realidad existe cierto nivel de deslizamiento entre los rodillos y las pistas. Esto justifica el estudio del fenómeno del deslizamiento, ya que puede ser uno de los factores que favorezca el desgaste y la consiguiente aparición del defecto localizado en pista.

En este capítulo, primero se presentan los conceptos de rodadura y deslizamiento y se define el factor de deslizamiento relativo local. Seguidamente se expone la metodología que permite obtener la evolución temporal de este factor a partir de los datos proporcionados por una simulación tipo MES. A continuación se aplica dicha metodología para obtener los factores de deslizamiento, en función del tiempo y para todos los rodillos, correspondientes a dos series de simulaciones: la primera, a velocidades de giro del eje de 30, 40, 50 y 100 Hz, con un coeficiente de fricción rodillo-pista de 0.2; la segunda, para una velocidad de giro del eje de 30 Hz, y diferentes valores del coeficiente de rozamiento, $\mu = 0.1, 0.2$ y 0.3 .

En cada grafica de evolución temporal, y para cada rodillo, se observan intervalos en los que el factor de deslizamiento se mantiene próximo a cero, lo que permite definir una zona de rodadura. Se analiza para cada caso dicha zona de rodadura y se compara con la correspondiente zona de carga. Finalmente se expone las conclusiones de este estudio.

4.2 Deslizamiento y rodadura. Factor de deslizamiento

La rodadura ideal entre un elemento rodante sobre una superficie, exige la igualdad entre la distancia, t , recorrida por el punto de contacto sobre la superficie (base) y la distancia, s , recorrida por dicho punto sobre el perímetro del elemento rodante (ruleta), en el mismo instante, ΔT . Estas distancias están indicadas en la figura 4.1, en el caso de una superficie plana y elemento rodante cilíndrico, en movimiento plano:

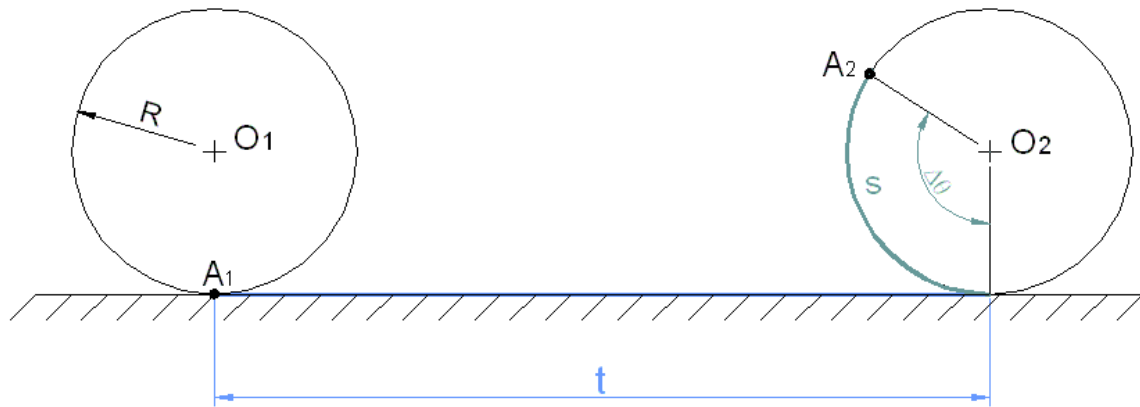


Figura 4- 1: Deslizamiento de un cilindro sobre una superficie plana.

En base a este hecho, definimos el factor de deslizamiento de un elemento rodante sobre una superficie, como la diferencia relativa entre estas distancias, mediante la relación adimensional:

$$\delta = \frac{t - s}{t} \quad (4.1)$$

Donde, s es el producto del radio R por el ángulo avanzado $\Delta\theta$ en radianes. Es decir,

$$s = R \cdot \Delta\theta \quad (4.2)$$

De esta forma, un cuerpo rígido (como el cilindro del ejemplo) podrá moverse sobre una superficie según:

- deslizamientos positivos ($t > s$, giro inferior al de rodadura).
- deslizamientos negativos ($t < s$, giro superior al de rodadura).
- deslizamiento nulo o rodadura pura ($t = s$).

El factor de deslizamiento tendrá el adjetivo de “local”, cuando sea tomado entre dos instantes de tiempo arbitrariamente próximos, es decir, cuando ΔT tienda a cero (en la práctica se tomarán dos pasos consecutivos de cálculo).

4.3 Método de obtención de los factores de deslizamiento local entre los rodillos y las pistas a partir de las simulaciones MES

En un funcionamiento ideal de un rodamiento, los rodillos ruedan sin deslizar sobre la pista lo que supone, como hemos dicho, que la longitud del arco descrito por el punto de contacto sobre la pista t (ruleta) debe ser igual a la longitud correspondiente descrita por el perímetro del rodillo s (base). Estas longitudes y otros parámetros geométricos se presentan en la figura 4-2, en la que se muestra un rodillo en la posición inicial (paso 0) y el mismo rodillo en dos instantes de tiempo muy próximos (pasos de cálculo consecutivos n y $n+1$).

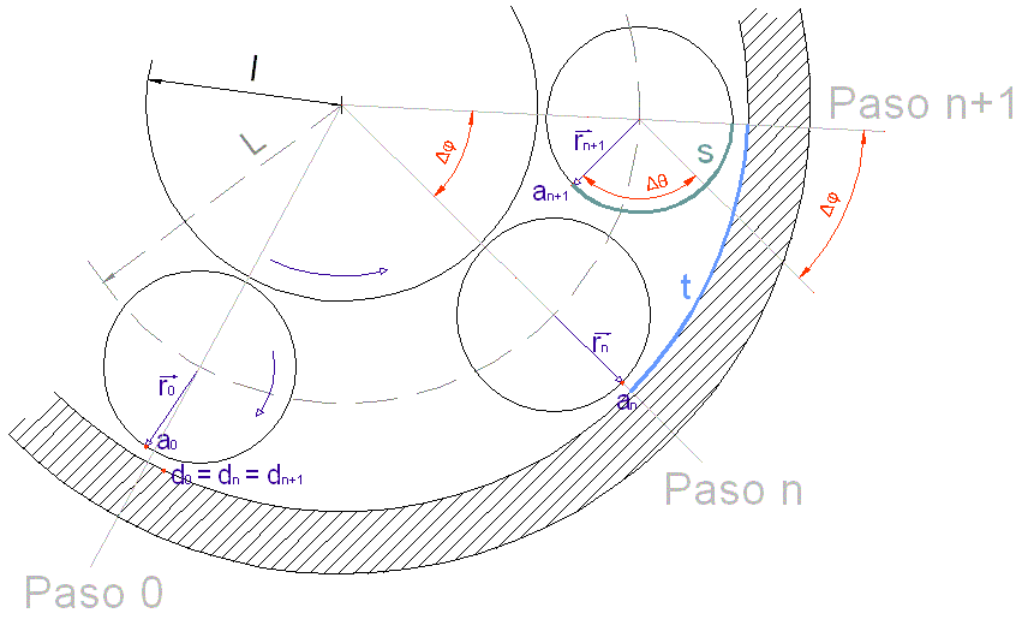


Figura 4- 2: Parámetros para identificar el deslizamiento local entre un rodillo y la pista externa

A continuación se concretan los parámetros mostrados en la figura 4-2:

- **l** radio exterior del anillo interno (radio de la pista interna).
- **R** radio de rodillo.
- **L** radio medio de los centros de los rodillos o radio de la jaula (despreciando las holguras: $L = l + R$).
- **$\Delta\phi$** ángulo girado por la jaula (o ángulo que avanza un rodillo) entre dos pasos o instantes de tiempo consecutivos.
- **$\Delta\theta$** ángulo absoluto girado por el rodillo entre dos pasos o instantes de tiempo consecutivos.

La distancia t recorrida por el punto de contacto entre el rodillo y la pista externa, medida sobre ésta, será igual al radio de la pista externa ($L+R$) multiplicado por el ángulo avanzado por el rodillo $\Delta\phi$. Por su parte, la distancia s recorrida por el punto a , medida sobre el perímetro del rodillo, vendrá dada por la multiplicación del radio del rodillo y un ángulo que resulta de la contribución de dos términos (véase figura 4-2): $\Delta\theta$ (ángulo absoluto girado por el rodillo) y $\Delta\phi$ (ángulo girado por la jaula). Así, tendremos:

$$\begin{aligned} t &= (L + R) \cdot \Delta\phi \\ s &= R \cdot (\Delta\theta + \Delta\phi) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Finalmente, el valor del factor de deslizamiento local relativo del rodillo sobre la pista externa, al que llamaremos deslizamiento local externo, δ_{ext} , se obtiene sustituyendo la ecuación (4.3) en la ecuación (4.1), para tener la expresión:

$$\delta_{ext} = \frac{t-s}{t} = \frac{(L+R) \cdot \Delta\varphi - R \cdot (\Delta\theta + \Delta\varphi)}{(L+R) \cdot \Delta\varphi} = \frac{L \cdot \Delta\varphi - R \cdot \Delta\theta}{(L+R) \cdot \Delta\varphi} \quad (4.4)$$

Un razonamiento similar, pero aplicado al deslizamiento del rodillo sobre la pista *interna* conduce a la expresión del correspondiente factor relativo local, δ_{int} , donde también está involucrado el ángulo girado por el eje, $\Delta\xi$, entre dos pasos consecutivos de cálculo (ver figura 4.3):

$$\delta_{int} = \frac{t-s}{t} = \frac{1 \cdot (\Delta\xi - \Delta\varphi) - R \cdot (\Delta\theta + \Delta\varphi)}{1 \cdot (\Delta\xi - \Delta\varphi)} = \frac{1 \cdot \Delta\xi - R \cdot \Delta\theta - (1+R) \cdot \Delta\varphi}{1 \cdot (\Delta\xi - \Delta\varphi)} \quad (4.5)$$

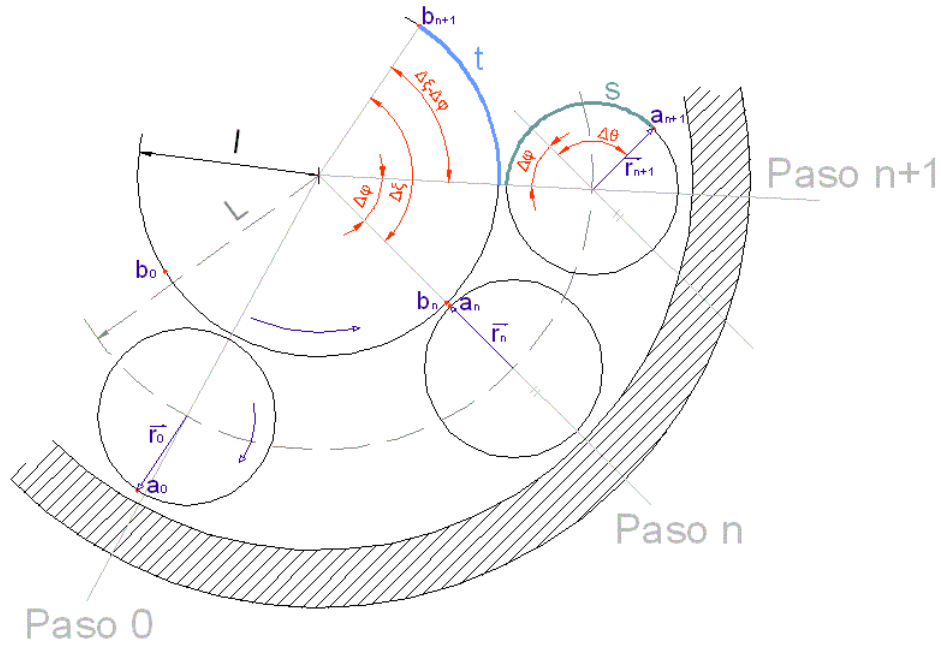


Figura 4- 3: Parámetros para identificar el deslizamiento local entre un rodillo y la pista interna

El programa de aplicación utilizado (ALGOR) para realizar las simulaciones tipo MES proporciona, en cada paso temporal de cálculo, los correspondientes desplazamientos nodales vectoriales. Por ello, es necesario expresar los ángulos involucrados en la ecuación (4.4) y (4.5) en función de dichos desplazamientos. En concreto, para obtener los factores de deslizamiento local relativo para cada rodillo, se necesitan los desplazamientos de los nodos indicados en la figura 4.4 (el subíndice se refiere al paso de cálculo, n):

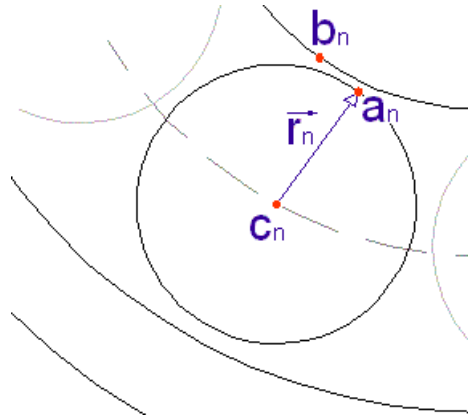


Figura 4- 4: Nodos involucrados en el cálculo de los factores de deslizamiento relativo local.

- Punto a_n , en la periferia del rodillo. El vector desplazamiento tendrá componentes (a_{ny}, a_{nz}) .
- Punto b_n , sobre la pista interna. El vector desplazamiento tendrá componentes (b_{ny}, b_{nz}) .
- Punto c_n , en el centro del rodillo (jaula). El vector desplazamiento tendrá componentes (c_{ny}, c_{nz}) .
- Llamaremos \vec{r}_n al vector que une los puntos c y a (en ese orden) necesario para definir el giro absoluto del rodillo

La figura 4-5, muestra que para el instante inicial ($t=0$) los nodos analizados **a**, **b** y **c** tienen posiciones a_0 , b_0 y c_0 , mientras que en un instante de tiempo correspondiente al paso **n**, los nodos estarán situados en las posiciones a_n , b_n y c_n y así sucesivamente. De esta forma, se definen los vectores desplazamiento \vec{a}_n , \vec{b}_n y \vec{c}_n (cuyas coordenadas son proporcionadas por ALGOR) como vectores con orígenes en a_0 , b_0 y c_0 , y extremos en a_n , b_n y c_n , respectivamente.

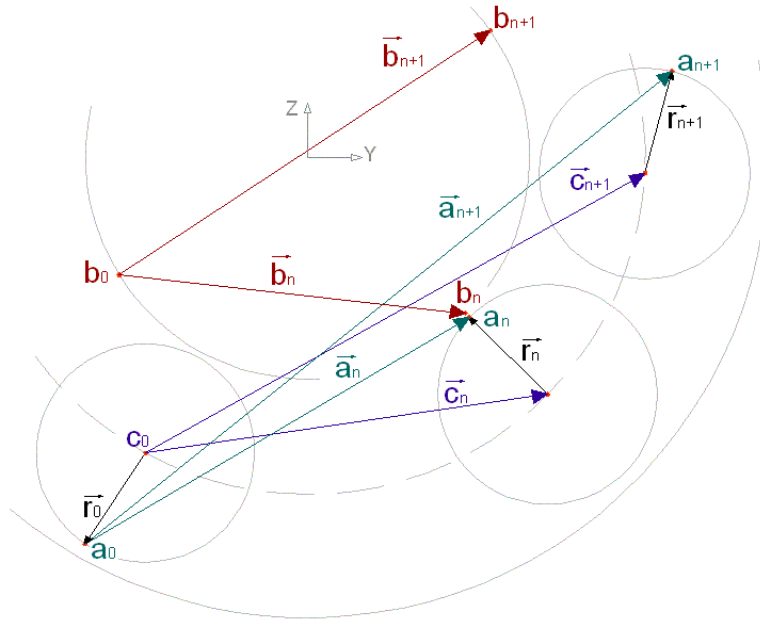


Figura 4- 5: Interpretación de los vectores de desplazamiento \vec{a}_n , \vec{b}_n y \vec{c}_n dentro del modelo.

A continuación se exponen las expresiones que permiten obtener los ángulos $\Delta\varphi$, $\Delta\vartheta$ y $\Delta\xi$ que aparecen en las ecuaciones (4.4) y (4.5)

El ángulo $\Delta\varphi$ se obtiene a partir de dos desplazamientos consecutivos del centro del rodillo (figura 4-6):

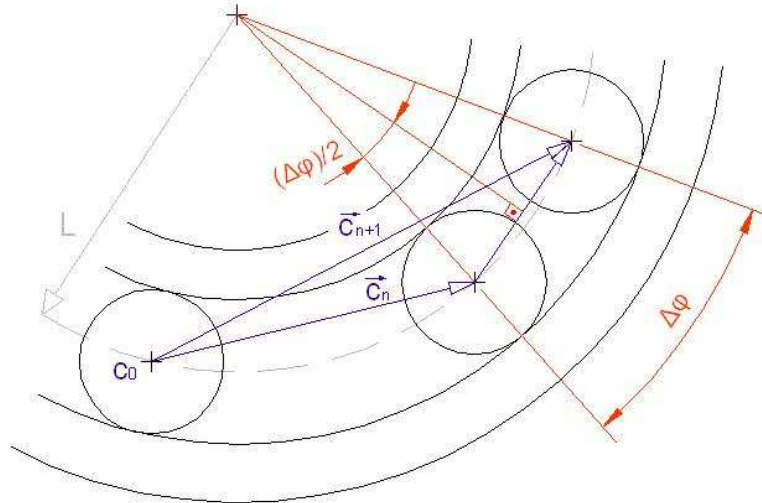


Figura 4- 6: Obtención del ángulo $\Delta\varphi$.

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) = \frac{|\vec{C}_{n+1} - \vec{C}_n|}{2L} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \cdot \arcsen\left(\frac{|\vec{C}_{n+1} - \vec{C}_n|}{2L}\right) \quad (4.6)$$

Donde el módulo del numerador se obtiene a partir de las componentes:

$$|\vec{c}_{n+1} - \vec{c}_n| = \sqrt{(c_{n+1,y} - c_{ny})^2 + (c_{n+1,z} - c_{nz})^2} \quad (4.7)$$

$\Delta\theta$ es el ángulo absoluto girado por el rodillo, que se obtiene a partir del producto escalar de dos vectores \vec{r}_n y \vec{r}_{n+1} consecutivos (figura 4-7)

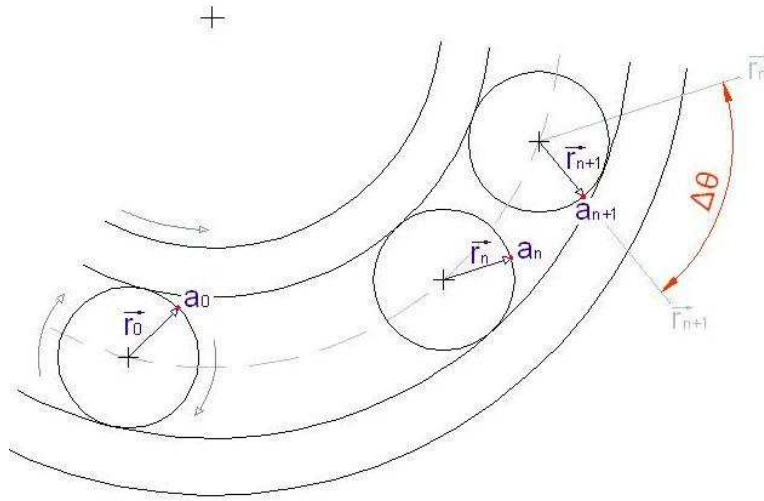


Figura 4- 7: Obtención del ángulo $\Delta\theta$.

$$\cos(\Delta\theta) = \frac{\vec{r}_n \cdot \vec{r}_{n+1}}{|\vec{r}_n| |\vec{r}_{n+1}|} = \frac{\vec{r}_n \cdot \vec{r}_{n+1}}{R^2} \Rightarrow \Delta\theta = \arccos\left(\frac{\vec{r}_n \cdot \vec{r}_{n+1}}{R^2}\right) \quad (4.8)$$

A su vez, los vectores \vec{r}_n y \vec{r}_{n+1} se obtienen a partir de (ver figura 4-5):

$$\vec{r}_0 + \vec{a}_n = \vec{c}_n + \vec{r}_n \quad (4.9)$$

Esta relación se cumple para cualquier paso de cálculo n, con lo que:

$$\begin{aligned} \vec{r}_n &= \vec{a}_n - \vec{c}_n + \vec{r}_0 \\ \vec{r}_{n+1} &= \vec{a}_{n+1} - \vec{c}_{n+1} + \vec{r}_0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

Resultando la siguiente expresión definitiva para $\Delta\theta$:

$$\Delta\theta = \arccos\left(\frac{(\vec{r}_0 + \vec{a}_n - \vec{c}_n)(\vec{r}_0 + \vec{a}_{n+1} - \vec{c}_{n+1})}{R^2}\right) \quad (4.11)$$

Donde el producto escalar del numerador se puede expresar fácilmente en función de las componentes de los vectores, proporcionadas por ALGOR.

Finalmente, el ángulo girado por el eje, $\Delta\xi$, se obtiene a partir de los desplazamientos consecutivos de un punto en su periferia, b:

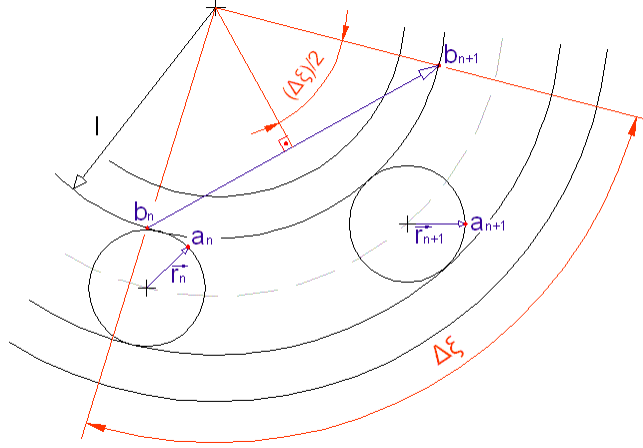


Figura 4- 8: Obtención del ángulo $\Delta\xi$

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\Delta\xi}{2}\right) = \frac{\left|\vec{b}_{n+1} - \vec{b}_n\right|}{2l} \Rightarrow \Delta\xi = 2 \cdot \arcsen\left(\frac{\left|\vec{b}_{n+1} - \vec{b}_n\right|}{2l}\right) \quad (4.12)$$

Donde el módulo del numerador puede ser fácilmente calculado a partir de los datos proporcionados por ALGOR de la simulación MES.

En resumen, introduciendo las expresiones (4.6), (4.8) y (4.12) en las ecuaciones (4.4) y (4.5) obtenemos el valor del factor de deslizamiento relativo rodillo-pista externa y rodillo-pista interna respectivamente, entre dos pasos consecutivos de cálculo, de una simulación MES, y para un rodillo cualquiera del rodamiento.

Se han empleado hojas de cálculo para manejar estos cálculos y obtener los resultados en función del paso de cálculo, n (o lo que es equivalente, en función del tiempo, $t=n\cdot\Delta t$), no sólo de los factores de deslizamiento, sino de todos los ángulos y sus incrementos, las velocidades angulares de todos los componentes, etc. Así por ejemplo, cada ángulo en un instante dado se obtiene como suma de los incrementos hasta ese instante, partiendo de los valores en el instante inicial, φ_0 , ξ_0 y θ_0 :

$$\begin{aligned}
\varphi_{n+1} &= (\Delta\varphi)_{n+1} + \varphi_n \\
\xi_{n+1} &= (\Delta\xi)_{n+1} + \xi_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \\
\theta_{n+1} &= (\Delta\theta)_{n+1} + \theta_n
\end{aligned}
\tag{4.13}$$

Los subíndices de los incrementos se refieren al paso de cálculo para el que son calculados.

En la siguiente tabla se muestra un esquema de los datos que se obtienen en una de las hojas de cálculo generada con los resultados (desplazamientos nodales) de una simulación FEM-MES. Este esquema es, pues, reflejo de la estructura de columnas de la hoja de cálculo.

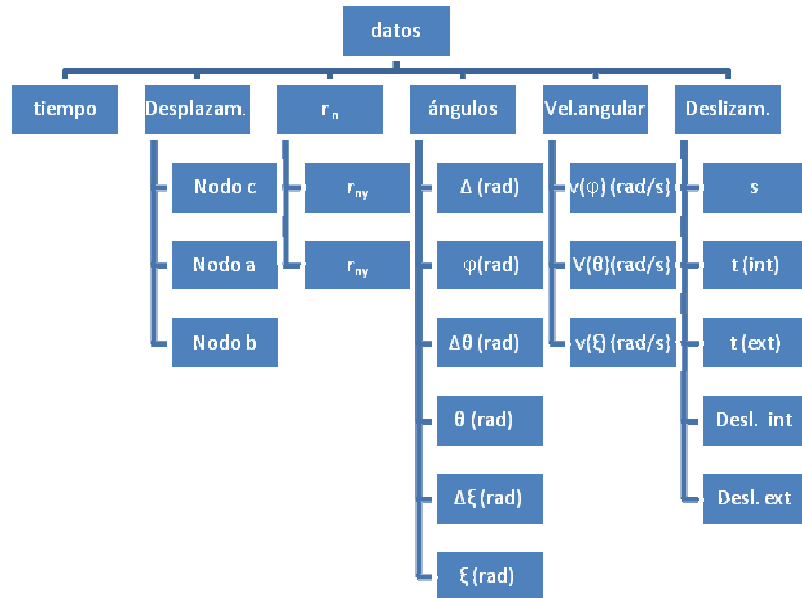


Figura 4- 9: Esquema de datos obtenidos de una simulación FEM-MES, tal como son implementados en una hoja de cálculo para obtención de los factores de deslizamiento y otros parámetros cinemáticos.

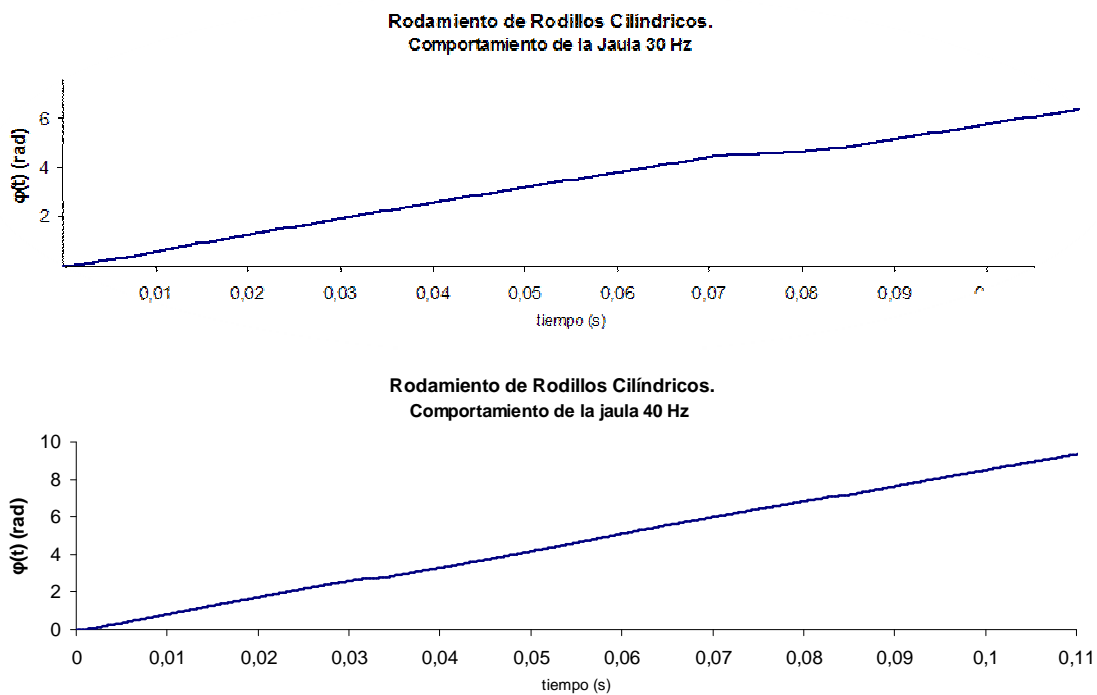
4.4 Análisis de resultados de deslizamiento local a partir de las simulaciones. Influencia de la velocidad del eje

Aplicando la metodología expuesta en el apartado anterior, se pueden construir gráficas de la evolución temporal de los factores δ_{int} y δ_{ext} de deslizamiento local de un rodillo en función del tiempo. Se estudiaron estos factores a partir de varias simulaciones tipo MES sobre el mismo modelo de rodamiento, y diferentes velocidades del eje; en concreto, para 30, 40, 50 y 100 Hz.

Además, se ha representado la evolución temporal de los ángulos involucrados en el cálculo. Esta representación es particularmente interesante para el ángulo φ , que define la

posición angular del centro del rodillo; o la posición de la jaula, si se considera ésta como un elemento rígido (en la simulación lo es, prácticamente).

Pues bien, se observa que la evolución de este ángulo no es uniforme en el transcurso de algunas simulaciones, indicando que existen ciertas anomalías. Como podemos ver en las gráficas de la figura 4-10, para las simulaciones de 30 y 40Hz de frecuencia del eje, existen pequeños períodos en los que el ángulo φ permanece constante o apenas varía.



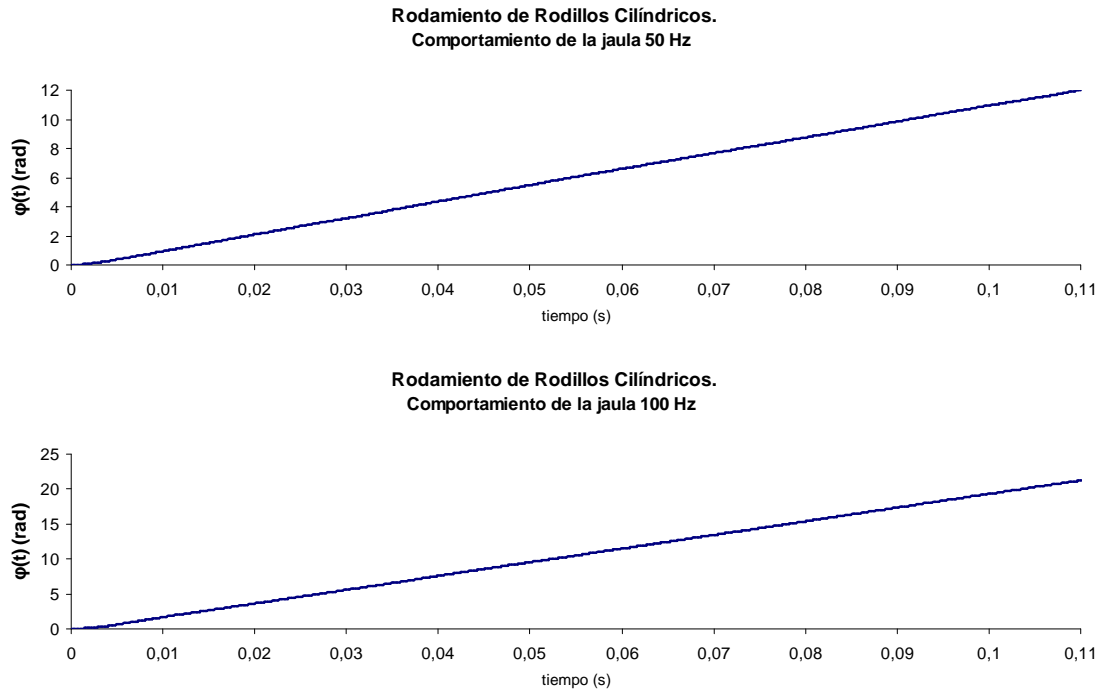


Figura 4- 10: Evolución temporal del ángulo φ en las simulaciones realizadas.

Como se verá más adelante, estos períodos coinciden con perturbaciones aparentemente caóticas del factor de deslizamiento en todos los rodillos.

A continuación se muestra la evolución temporal del factor de deslizamiento relativo local entre cada uno de los 13 rodillos y la pista externa, para las 4 simulaciones realizadas a distintas velocidades de rotación del eje. En las figuras 4-12 a 4-15 se identifica la gráfica correspondiente a cada rodillo mediante el número de orden que se indica en la figura 4-11. Para distinguirlas entre sí, se han desplazado en el eje de ordenadas.

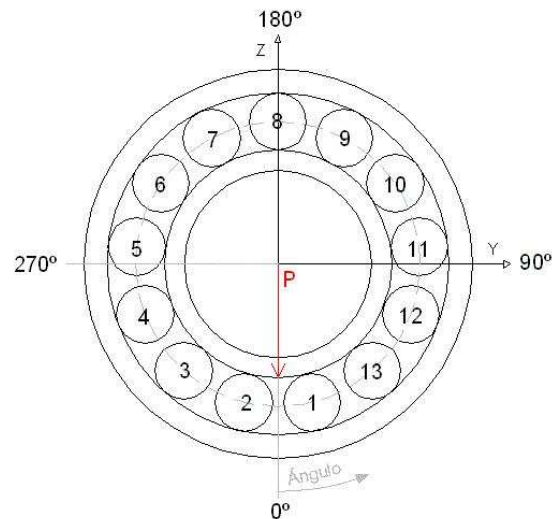


Figura 4-11: Nomenclatura para identificar la ubicación de los rodillos en el rodamiento, en el instante inicial.

En la figura 4-11 se muestra cómo los rodillos 4, 3, 2, 1, 13, y 12 se encuentra dentro de la zona de carga en el inicio de la simulación. El eje del modelo gira en sentido contrario a las manecillas del reloj.

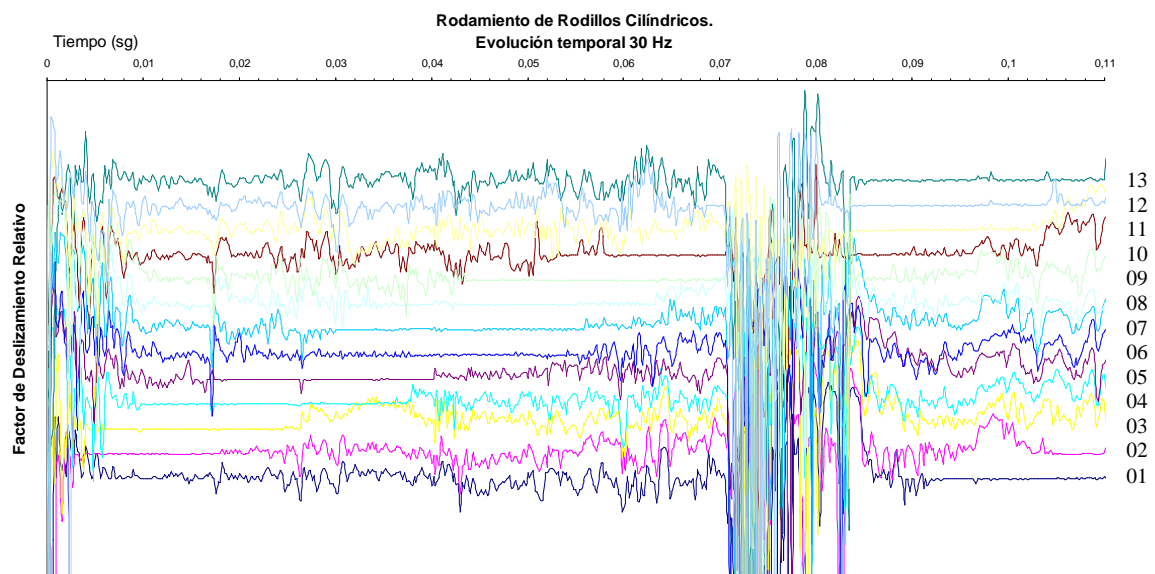


Figura 4- 12: Evolución temporal del factor de deslizamiento relativo local entre los rodillos y la pista externa, para una velocidad del eje de 30Hz

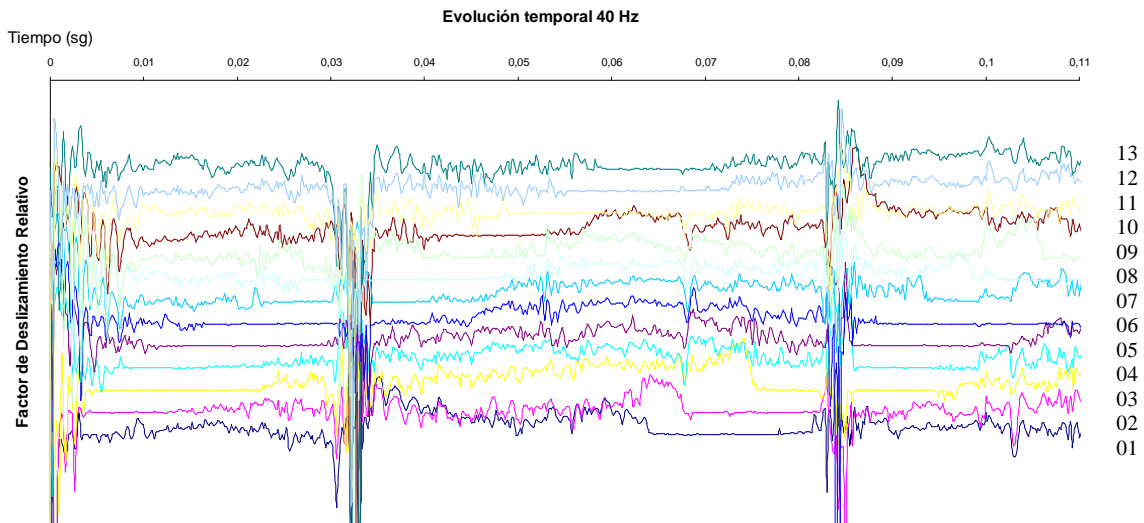


Figura 4- 13: Evolución temporal del factor de deslizamiento relativo local entre los rodillos y la pista externa, para una velocidad del eje de 40Hz

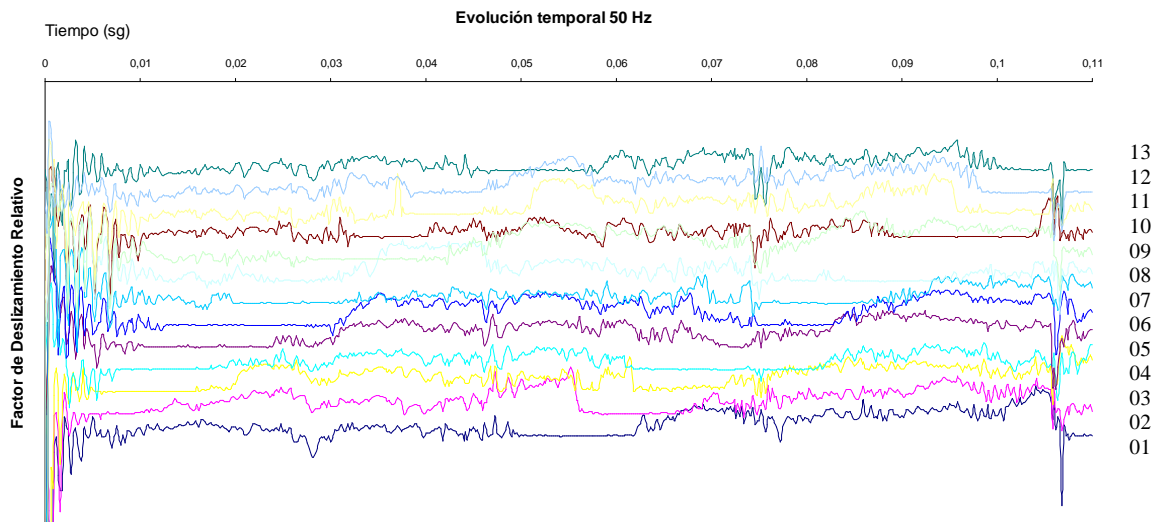


Figura 4- 14: Evolución temporal del factor de deslizamiento relativo local entre los rodillos y la pista externa, para una velocidad del eje de 50Hz

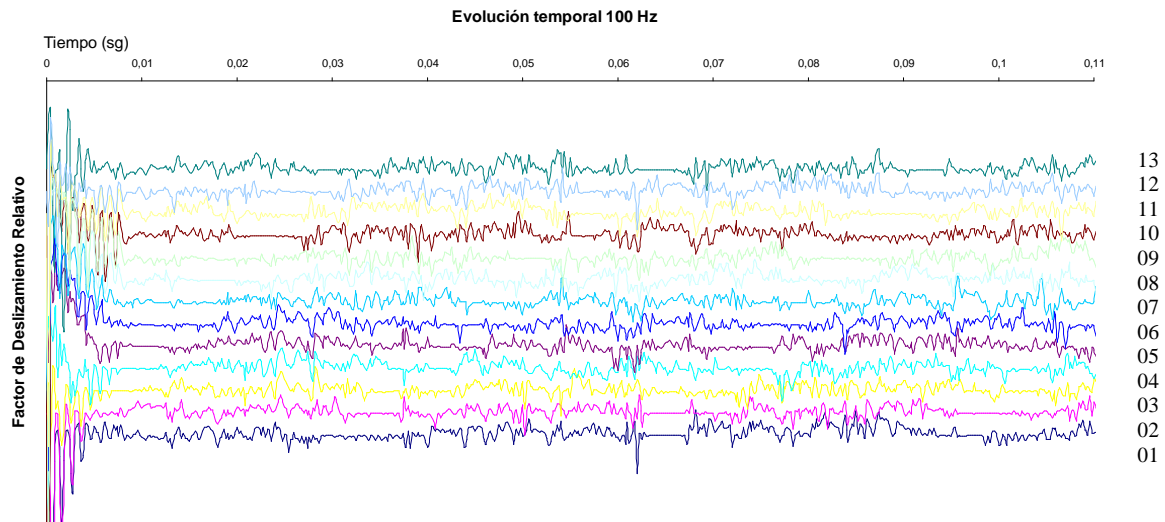


Figura 4- 15: Evolución temporal del factor de deslizamiento relativo local entre los rodillos y la pista externa, para una velocidad del eje de 100Hz

A la vista de las figuras 4-12 a 4-15, se pueden realizar las siguientes observaciones:

- En las anteriores figuras el orden del factor de deslizamiento está dispuesto a título cualitativo. Un estudio cuantitativo se expondrá a continuación.
- Existen intervalos de tiempo para cada rodillo en los que el correspondiente factor de deslizamiento disminuye notablemente. Diremos que en ese intervalo, el rodillo está prácticamente rodando sin deslizarse sobre la pista externa.
- Los intervalos citados anteriormente se suceden para cada rodillo de forma secuencial, según éste va pasando por una zona del rodamiento que, en primera aproximación, está centrada respecto a la carga. Llamaremos a esta zona “zona de rodadura”.
- Con el aumento de la velocidad del eje, el factor de deslizamiento se hace también más regular, presentando menores fluctuaciones. Esto hace más difícil delimitar una zona de rodadura como tal.
- Los primeros pasos de cálculo de cada simulación (hasta $t=0.008$ s, aproximadamente) se corresponden con un periodo o régimen transitorio en el que el factor de deslizamiento (así como otros parámetros de la simulación) presenta una gran fluctuación.
- También existen ciertas perturbaciones en la simulación que afectan a todos los rodillos al mismo tiempo, sobre todo en las gráficas correspondientes a velocidades

pequeñas (30 y 40 Hz). Como se ha indicado, estas perturbaciones espurias ya se manifestaban al analizar el giro de la jaula mediante las gráficas del ángulo ϕ (figura 4-9).

4.5 Zona de Rodadura.

En el apartado anterior se han expuesto las gráficas de los factores de deslizamiento en función del tiempo para cada rodillo. Estas gráficas nos han permitido introducir el concepto de zona de rodadura de una forma cualitativa. Para estudiar la extensión de la zona de rodadura, resulta más conveniente representar los factores de deslizamiento en función de la posición angular del rodillo en cuestión. De esta forma, se podrá determinar la extensión angular de la zona, si existe, en la que el rodillo tiene un deslizamiento casi nulo sobre las pistas. Utilizaremos, para definir la posición angular del rodillo, el ángulo ϕ , medido a partir de la dirección que define la carga aplicada, tal como se indica en la figura 4-10.

En la figura 4-15 se ha representado el factor de deslizamiento relativo entre uno de los rodillos y la pista externa en función de la posición del rodillo, correspondiente a una simulación de 30Hz de velocidad del eje.

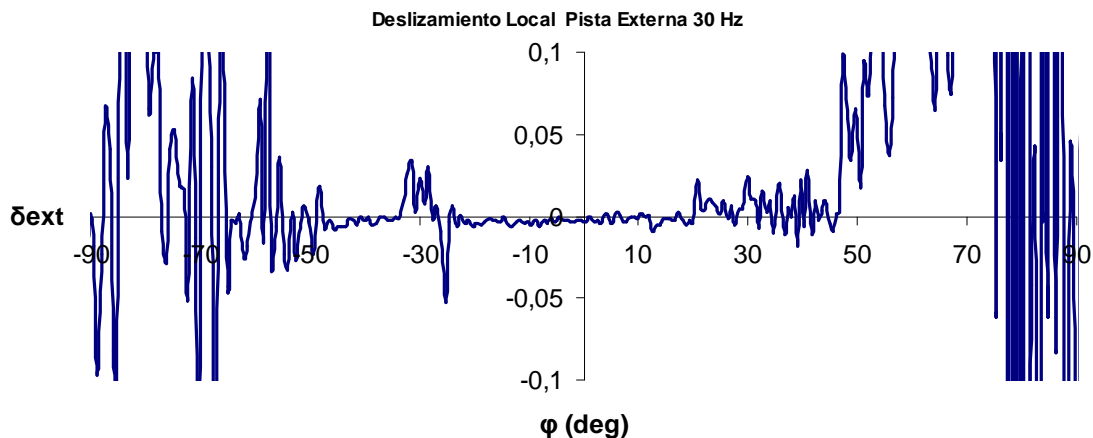


Figura 4- 16: Factor de deslizamiento relativo local de un rodillo a 30 Hz.

Para este caso se ha elegido el rodillo número 6, por estar ubicado suficientemente lejos de la zona de carga al comienzo de la simulación (ver figura 4-10), de modo que entra en dicha zona cuando el sistema se encuentra en régimen estable.

Como se puede ver, la zona de rodadura sería la comprendida entre los ángulos -50° y 50° , aproximadamente (si consideramos que el cilindro rueda cuando el factor de

deslizamiento es inferior a 0.05, es decir, la “diferencia t-s” es inferior al 5%). Fuera de esta zona, incluso sin salirse de la zona de carga teórica, se suceden grandes deslizamientos en uno y otro sentido.

En la gráfica de la figura 4-16 se representan comparadamente el factor de deslizamiento local y la distribución de fuerza de reacción entre el rodillo y la pista externa.

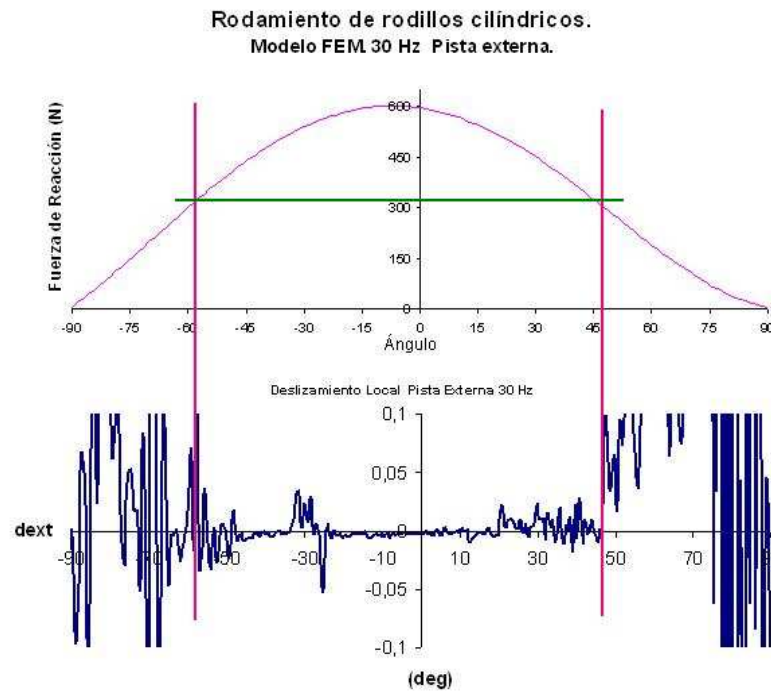


Figura 4- 17: Comparación entre zona de carga y zona de rodadura a 30 Hz.

En la gráfica se muestra que la fuerza de reacción normal mínima para producir rodadura entre el rodillo y la pista externa es de entorno a 300 Newton (que es la ordenada correspondiente a ambos límites de la zona de rodadura, línea verde).

Una gráfica similar, pero correspondiente al caso de una velocidad del eje de 50Hz se muestra en la figura 4-17.

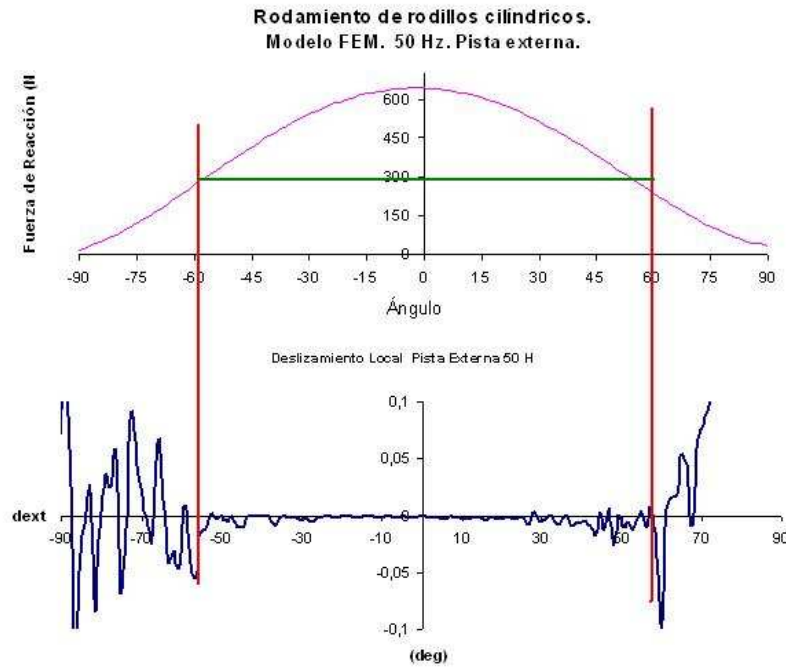


Figura 4- 18: Comparación entre zona de carga y factor de deslizamiento a 50 Hz.

En este caso, la zona de rodadura tiene una extensión similar, si acaso algo más amplia debido al aumento de la fuerza de inercia centrífuga (radial) a mayor velocidad angular. Igualmente, la fuerza mínima para que se produzca rodadura es también cercana a 300 N.

A velocidades mayores, el efecto de la fuerza centrífuga se hace más importante y conduce a factores de deslizamiento más bajos en general, como se puede apreciar en la figura 4-13. Además, la correspondiente gráfica no presenta un contraste que permita distinguir claramente las zonas de rodadura y deslizamiento.

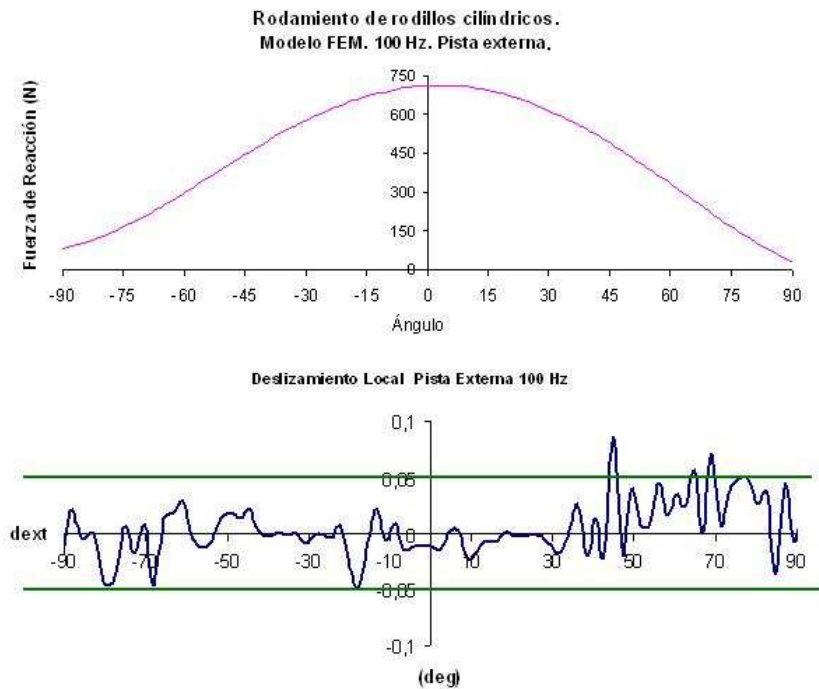


Figura 4- 19: Comparación entre zona de carga y factor de deslizamiento a 100 Hz.

4.6 Influencia del coeficiente de rozamiento

En las simulaciones FEM-MES, se define el contacto entre los rodillos y las pistas mediante elementos de “contacto”, que son unidimensionales (tipo línea) y conectan cada nodo de la periferia de cada rodillo, con cada nodo de las pistas interna y externa. Estos elementos evitan la penetración entre las partes en contacto, adquiriendo rigidez cuando su longitud se hace menor que un cierto valor. Además, se pueden contemplar fuerzas tangenciales opuestas al movimiento relativo tangencial entre nodos de dos cuerpos diferentes, si éstos están suficientemente próximos. En otras palabras, la aplicación FEM-MES utilizada simula fuerzas de fricción. La magnitud de estas fuerzas se recalcula en cada paso de forma que se cumpla la ley de rozamiento seco de Coulomb, con un coeficiente de fricción definido por el usuario.

El coeficiente de rozamiento seco que describe la interacción tangencial de las superficies en contacto (rodillo-pistas) en un rodamiento real es difícil de precisar, y depende en gran medida de la geometría y estado de lubricación de las mismas. En esta tesis se ha hecho un estudio de la influencia que tiene dicho coeficiente en el factor de deslizamiento entre los rodillos y la pista externa, a partir de las simulaciones tipo FEM-MES.

En concreto, se realizaron tres simulaciones con diferentes valores del coeficiente de fricción (0.1, 0.2 y 0.3), y una misma velocidad angular del eje de 30 Hz.

En la figura 4.20 se muestran las gráficas de evolución temporal del ángulo φ para las tres simulaciones mencionadas:

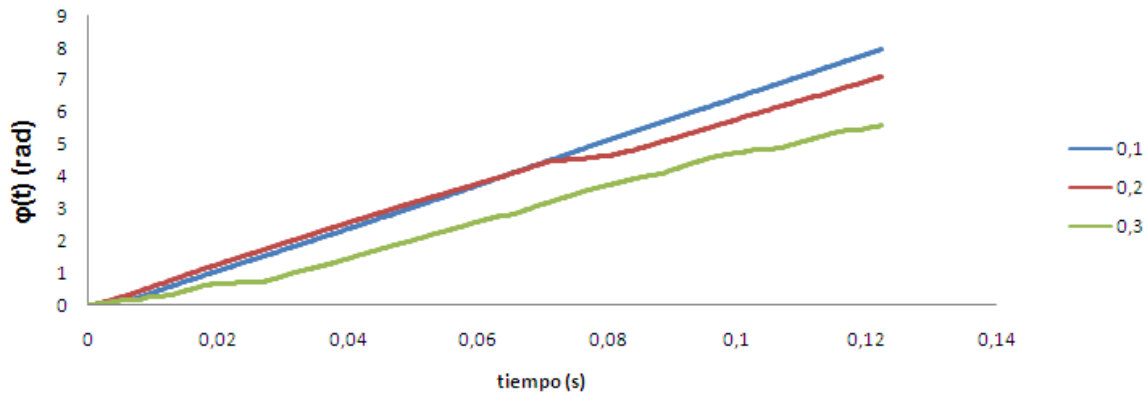


Figura 4- 20: Evolución temporal del ángulo girado por la jaula en las simulaciones para $\mu=0.1$, 0.2 y 0.3

A la vista de la gráfica, puede decirse que la simulación con $\mu = 0.1$ está exenta de anomalías, con $\mu = 0.2$ presenta una anomalía importante, mientras que la de $\mu = 0.3$ adolece de media docena de tramos anómalos. Estas singularidades no serán obstáculo, sin embargo, para poder extraer conclusiones sobre la extensión de las zonas de rodadura para cada caso.

En efecto, en las gráficas de las figuras 4-21 a 4-23, a pesar de las perturbaciones en los tramos citados, se pueden diferenciar para la mayoría de los rodillos, las correspondientes zonas de rodadura, donde el factor de deslizamiento se mantiene próximo a cero.

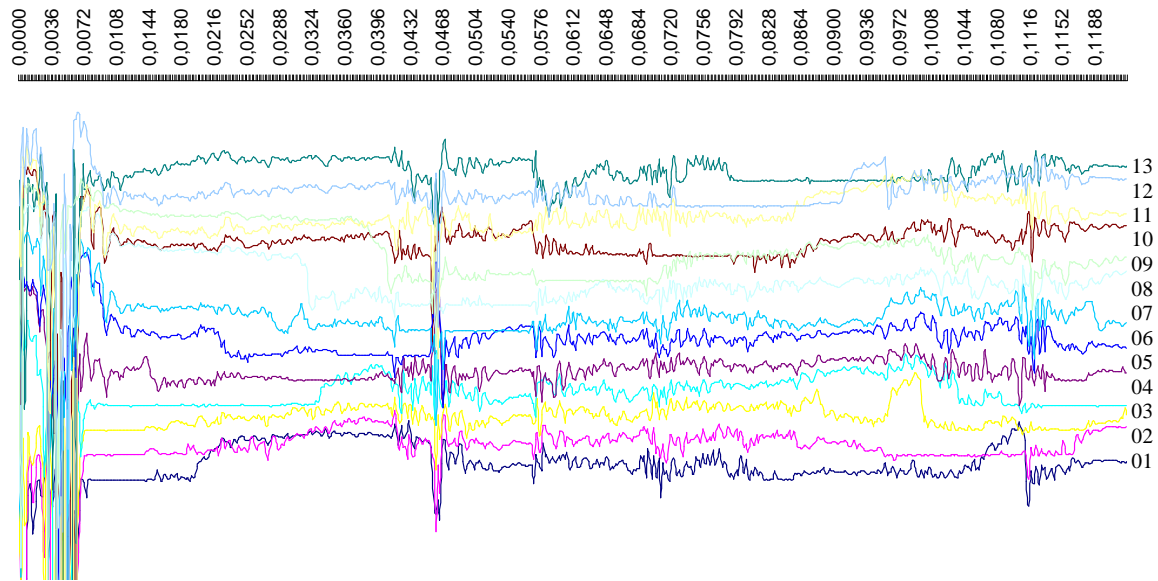


Figura 4- 21: Factores de deslizamiento relativo local, en función del tiempo, de los rodillos del rodamiento simulado con un coeficiente de rozamiento de 0.1

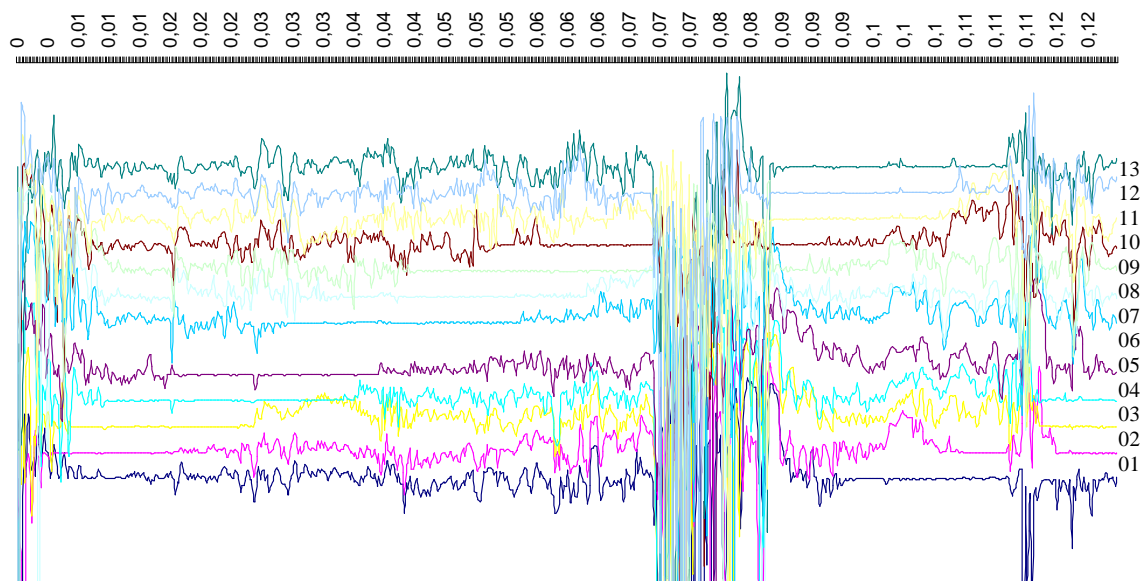


Figura 4- 22: Factores de deslizamiento relativo local, en función del tiempo, de los rodillos del rodamiento simulado con un coeficiente de rozamiento de 0.2

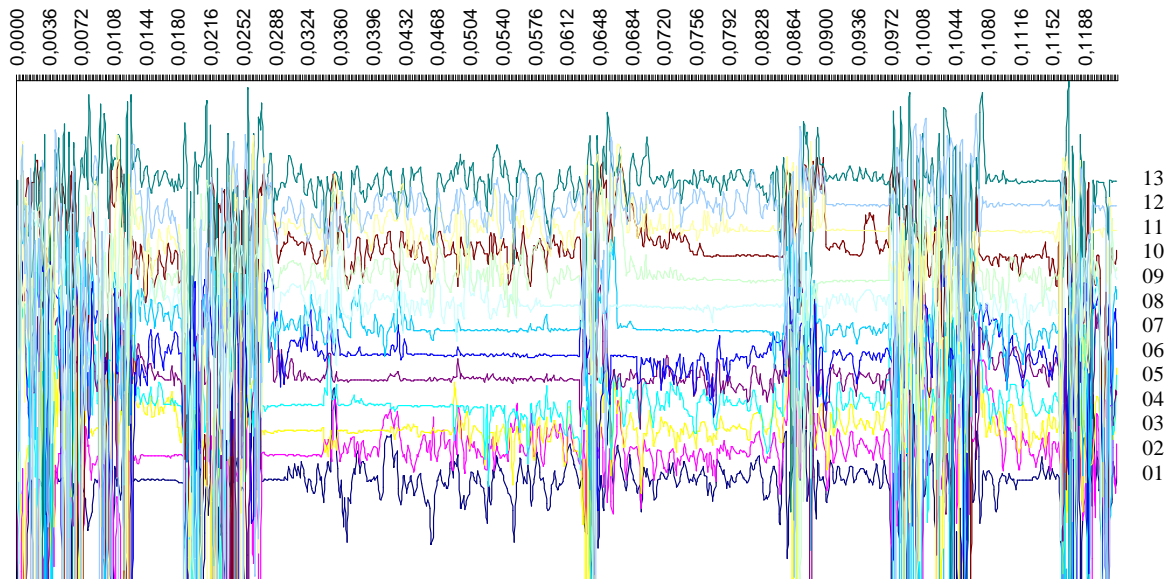


Figura 4- 23: Factores de deslizamiento relativo local, en función del tiempo, de los rodillos del rodamiento simulado con un coeficiente de rozamiento de 0.3

Si representamos el factor de deslizamiento de estas series en función del ángulo podrán compararse las zonas de rodadura para los tres casos. La gráfica de la figura 4-24 muestra el deslizamiento en función del ángulo de un rodillo representativo de cada simulación con diferentes coeficientes de rozamiento:

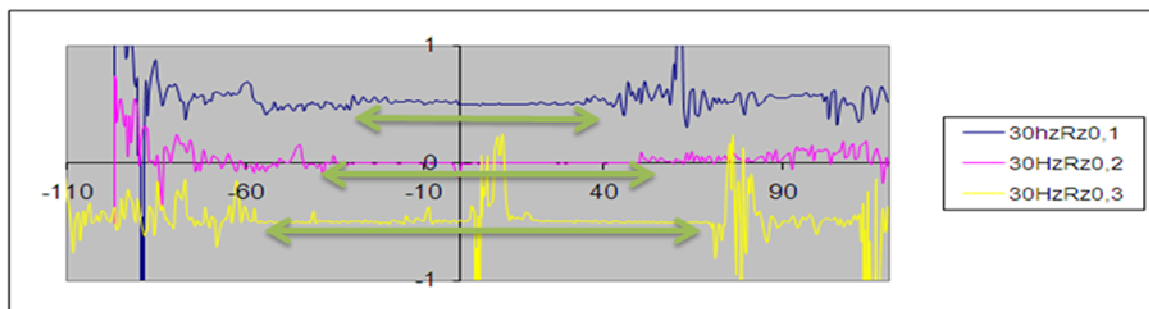


Figura 4- 24: Comparación de las zonas de rodadura para distintos coeficientes de rozamiento

Como se observa en la figura anterior, para cada caso, la zona de rodadura está aproximadamente centrada con respecto a la dirección de aplicación de la carga, y aumenta en extensión al aumentar el coeficiente de rozamiento.

CONCLUSIONES

Del trabajo de investigación realizado, con el objetivo de la generación de un modelo óptimo de rodamiento, su validación (cinemática, dinámica y estructural) y posterior análisis de la dinámica de sus elementos, se concluye:

1. El rodamiento de rodillos cilíndricos contiene la geometría más óptima para ser estudiado por medio del método de los elementos finitos y en especial para simulación de eventos mecánicos. Teniendo en cuenta que:
 - a. La geometría del rodamiento debe ser estudiado sobre el plano, con elemento tipo 2D.
 - b. Para el caso estudiado se ha de mallar con una densidad de malla de 1200 elementos por rodillo y un factor de refinado de 4, para formar en la superficie una mejor curva. En el capítulo III, se describe la metodología de selección de la densidad y refinamiento de la malla.
 - c. Para el cálculo del modelo de simulación con el software comercial Algor™, se debe utilizar un ordenador con una mínima capacidad de 4 núcleos con 8 Gigas de RAM cada uno en línea, y un disco duro de 80 Gigas.
2. Entre los modelos planteados para el desarrollo de esta tesis, el modelo de simulación es el que mejor realiza un estudio dinámico de las piezas en rotación de un rodamiento, debido a que:
 - a. Considera el eslabón jaula y las condiciones de contacto con fricción que no introduce los modelos analíticos aquí presentados.
 - b. Genera estudios de distribución de carga sobre el anillo externo, pudiéndose realizar estudios de contacto entre piezas, que hasta la fecha de terminación de esta Tesis Doctoral, por medios experimentales no se pueden realizar.

3. El modelo de simulación es valido por comparación de los resultados de la distribución de carga con el modelo analítico homologo de Jones-Harris.
4. En el análisis de los resultados del modelo numérico propuesto, correspondientes a las reacciones de los elementos rodantes sobre la pista de rodadura, se han obtenidos para cada posición según el ángulo Ψ , y para los diferentes ensayos a diferentes velocidades de rotación, un extenso número muy extenso de datos de la fuerza de reacción en el contacto entre los rodillos y la pista de los que se derivaron a un promedio para obtener solo un valor representativo por cada ángulo. A cada promedio de fuerza se calculó una desviación estándar, esta desviación no fue mayor del 8 % de los datos, en los ángulos con mayor diferencia. (Figura 1)

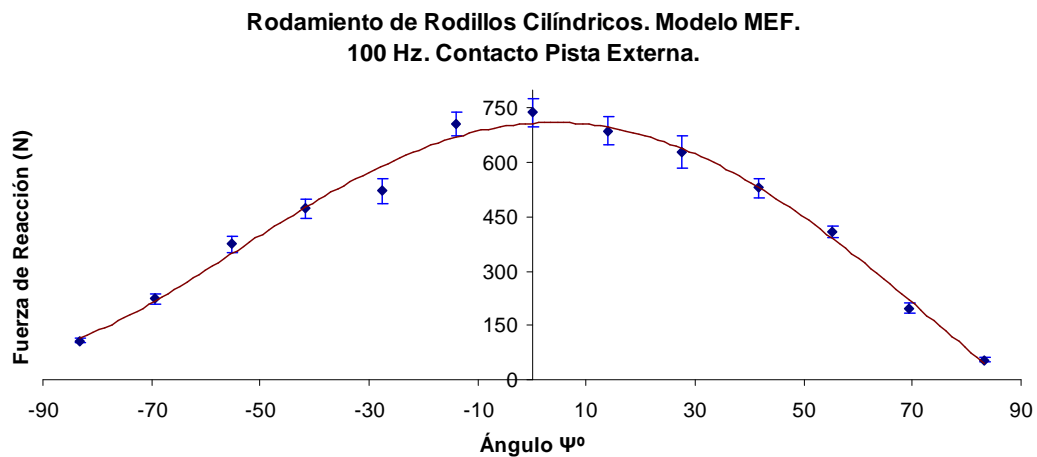


Figura 1: Zona de carga del modelo numérico a 100 Hz. Datos en fuerza de reacción.

5. Los resultados del modelo numérico no sobre pasan un 10% de diferencia de los resultados máximos obtenidos del modelo analítico. Estas diferencias se presentan en el capítulo III dentro de la temática de comparación de resultados (apartado 3.3.1).

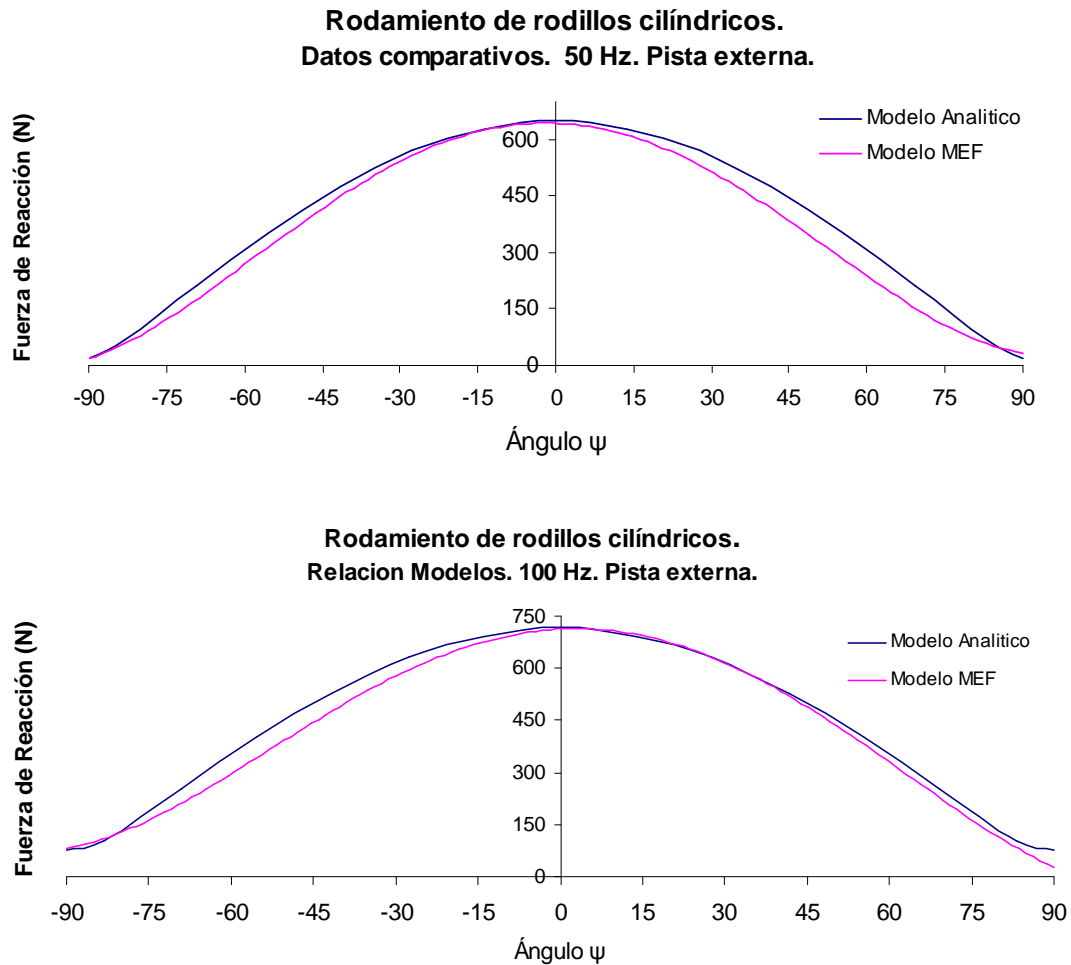


Figura 2: Comparación de resultados del modelo analítico y del modelo numérico.

6. El análisis del rodamiento por medio del método de los elementos finitos con simulación para eventos mecánicos MES presentan ventajas comparativas con otros modelos realizados para esta tesis.

Tabla 1: Comparación de características para cada modelo desarrollado en esta tesis.

Características	Analítico	Experimental	Numérico.
<i>Todos los elementos deformables</i>	No	Si	Si
<i>Control de condiciones</i>	No	Si	Si
<i>Estudios de Contacto</i>	Si	No	Si
<i>Estudio de deformación de Componentes</i>	Si	No	Si
<i>Facilidad de comparación con otros modelos</i>	Si	No	Si
<i>Fácil Resolución de ecuaciones</i>	No	No	Si
<i>Aplicación de todas las restricciones</i>	No	Si	Si
<i>Costos mínimos de instalación</i>	Si	No	Si
<i>Niveles máximos de confianza en los resultados</i>	si	Si	Si

Con la tabla 1 se comparan las características de cada modelo, desde su instalación, hasta los resultados que genera.

7. El modelo numérico validado se aplica a un estudio del deslizamiento entre los elementos rodantes y la pista externa. Este estudio se efectúa a diferentes velocidades de rotación y con diferentes coeficientes de rozamiento. El estudio sobre el deslizamiento ha permitido definir el concepto de zona de rodadura. La zona de rodadura, es la zona en donde se presenta un deslizamiento prácticamente nulo (figura 3).

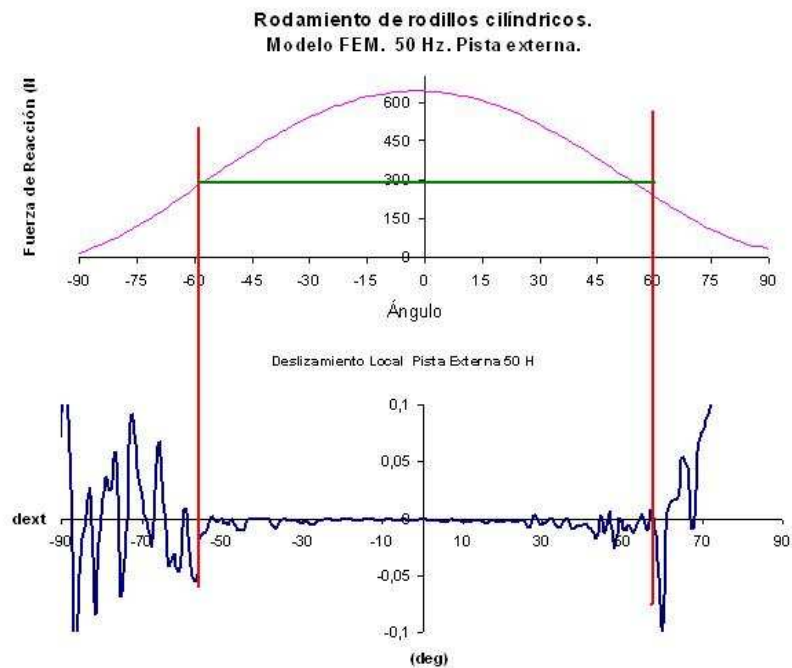


Figura 3: Zona de rodadura para un rodamiento de rodillos cilíndricos.

Las series de simulaciones realizadas han permitido extraer las siguientes conclusiones acerca del deslizamiento y la extensión de la zona de rodadura:

- a. El deslizamiento parece disminuir con la velocidad de rotación del eje en el entorno de velocidades grandes, por efecto de la fuerza de inercia. Aunque para estas velocidades, es más difícil de distinguir la zona de rodadura.
- b. La zona de rodadura aumenta con el coeficiente de rozamiento del contacto entre el rodillo y las pistas.

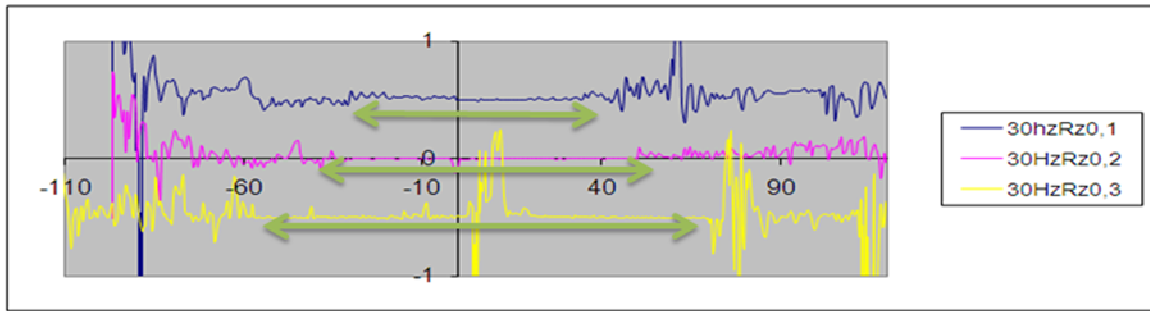


Figura 4: Zonas de rodadura para coeficientes de rozamiento de 0.1, 0.2 y 0.3 a 30 Hz.

En la figura 4 se muestra la zona de rodadura a 30 Hz de frecuencia de rotación del eje, se aprecia que a aumentar el coeficiente de rozamiento del rodillo con las pistas, la zona de rodadura aumenta sobre la pista externa.

TRABAJOS FUTUROS.

Se han desarrollado tres modelos de rodamientos, dos teóricos y uno experimental, se concluye que los modelos teóricos generan resultados del comportamiento dinámico del rodamiento, mientras el modelo experimental solo genera resultados en desplazamiento a nivel de frecuencia, y adicionando un defecto en pista o bola.

Por tal razón para trabajos futuros se debe realizar los siguientes estudios:

- En el modelo numérico, implementado en Algor, incorporar defectos localizados para medir:
 - o Los niveles de vibración en frecuencia para ser comparado con el modelo experimental.
 - o La magnitud del impacto de los elementos rodantes ante un defecto en pista interna y externa.
- Hacer un estudio de la influencia del deslizamiento en la generación de defectos localizados en pista.
- En el campo experimental, diseñar un nuevo banco de ensayos para rodamientos capaz de realizar un estudio de contacto entre las piezas del rodamiento.

- Investigar nuevas técnicas de análisis y detección de la señal vibratoria en el dominio temporal y de frecuencia, capaz de filtrar la señal de desplazamiento del rodamiento.
- Esperar el desarrollo de unidades Hardware y la evolución del software de cálculo, que posibilite el estudio dinámico del sistema mecánico en 3D, permitiendo el análisis dinámico de, por ejemplo, un rodamiento de bolas de contacto angular.

REFERENCIAS.

- [1] BAE, B.K. and KIM, K.J. A Hilbert transform approach in source identification via multiple-input, single-output modelling for correlated inputs. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 12(4), (1998), pp 501-513.

- [2] ORHAN, S., AKTÜRK, N., CELİK, V. Vibration monitoring for defect diagnosis of rolling element bearings as a predictive maintenance tool. *Comprehensive case studies NDT&E International*. 39 (2006) 293–298.

- [3] PURUSHOTHAMA, V. and NARAYANANA, S. Multi-fault diagnosis of rolling bearing elements using wavelet analysis and hidden Markov model based fault recognition. *NDT&E International* 38 (2005) 654–664

- [4] JONG-EOK, B., BYOUNG-HOO, R., KYUNG-WOONG. A study on the sound of roller bearings operating under radial load. *Tribology International*. 2006

- [5] TANDON, N. and CHOUNDHURY, A. An analytical model for the prediction of the vibration response of rolling element bearings due to localized defect. *Journal of Sound and Vibration* (1997) 205 83), 275-292.

- [7] HARRIS, T. A. *Rolling Bearing Analysis*, Willey, New York, (1991).

- [8] HARSHA, S. Nonlinear dynamic analysis of an unbalanced rotor supported by roller bearing. *Chaos, Solitons and Fractal* 26 (2005) 47-66.

- [9] MEVEL, B., GUYADER, J. Experiments on routes to chaos in ball bearings. *Journal of Sound and Vibration*. (2008).

- [10] KIRAL, Z. and KARAGÜLLE, H. Simulation and analysis signals generated by rolling element bearing with defects. *Trybology International* 36 (2003) 667 – 678.

- [11] KANG, Y., SHEN, P., HUANG, C. A modification of the Jones-Harris method for deep-groove ball bearings. *Tribology International* 39 (2006) 1413-1420.
- [12] ALGOR™. License Number DE23692. I+D+I. Professional Multiphysics. MES. Update 2008. Version 19.
- [13] MATHCAD 14™. License Universidad Carlos III de Madrid. PTC.
- [14] HERTZ, H. Über die Berührung fester elastischer Körper (en el contacto de sólidos elásticos). *J. Reine Angew Math* 1882. 92: 156-71.
- [15] JONES, A. A general theory for elastically constrained ball and Roller bearing under arbitrary load and Speedy conditions. *J Eng. P.* (1960). 105. 591-5
- [16] KIRAL, Z. and KARAGÜLLE, H. Vibration analysis of rolling element bearings with various defects under the action of an unbalanced force. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2005
- [17] http://www.roymech.co.uk/Useful_Tables/Tribology/co_of_frict.htm
- [18] <http://maqlab.uc3m.es/maqlab.htm>
- [19] SOLIDWORKS™ 2007. Update 2009. Floating license. Number of License 30. I+D+I.
- [20] MATLAB™. Licencia adquirida por la Universidad Carlos III de Madrid. 2006. I+D+I.
- [21] RUBIO, H. Caracterización de defectos en sistemas mecánicos rotativos mediante análisis de vibraciones. Tesis Doctoral 2003. UC3M.
- [22] GARCIA, J.C. Análisis de armónicos según orden de rotación en sistemas mecánicos. Tesis Doctoral 1991. UNED.

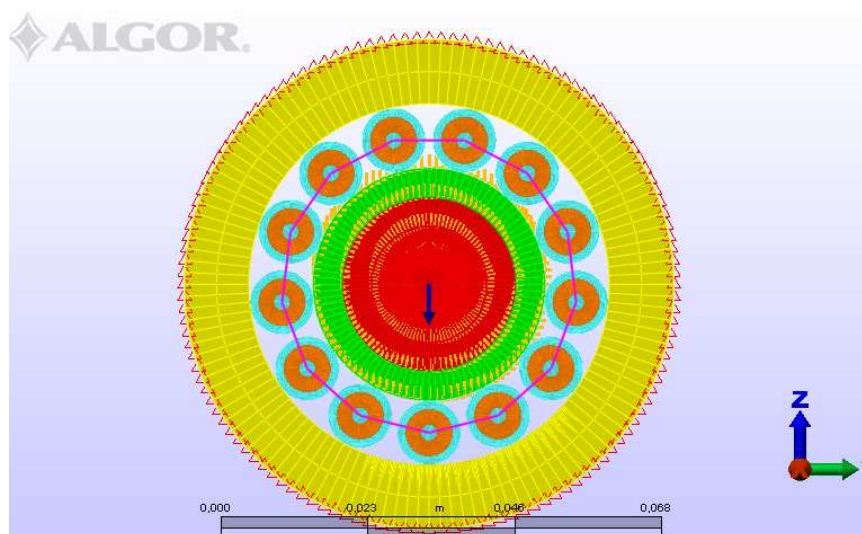
- [23] RUBIO, H., GARCIA-PRADA, J.C., LANIADO, E. Dynamic analysis of rolling system using Lagrangian model vs FEM code. 2007. 12th IFToMM Congress, Besançon (France)
- [24] BROWN, D. Machine-condition monitoring using vibration analysis: a case study from a nuclear power-plant. Brüel & Kjaer application notes.(1985) N° 209, 12 pp.
- [25] DYTRAN. Instrumentation catalog.1997.
- [26] BRAUN, S. Mechanical signature analysis of sonic bearing vibrations. IEEE transactional on sonic and ultrasonics. Vol. SU-27, N° 6, Nov. (1980), pp.317-328.
- [27] BOYES, J. Reciprocating machinery analysis with FFT analyser. Brüel & Kjaer application notes.(1981), N° 105, 6 pp.
- [28] MEYER, L. An analytical model for ball bearings vibrations to predict vibration response to distributed defects, ASME Journal of Mechanic Design 102 (1980) 205-210.
- [29] WARDLE, F. Vibration forces produces by waviness of the Rolling surfaces of thrust loaded ball bearings – part 1 theory. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineer 202 (C5) (1988) 305-312.
- [30] JANG, G. Vibration analysis of a rotating system due to the effect of ball bearing waviness. Journal Sound and Vibration. 269 (2004) 709 – 726.
- [31] PENG, Z. K. A comparison study of improved Hilbert-Huang transform and wavelet transform: Application to fault diagnosis for rolling bearing. Mechanical Systems and Processing 19 (2005) 974-988.
- [32] LOPARO, K. and ADAMS, M.L. Fault detection and diagnosis of rotating machinery. IEEE Transactions on Industrial Electronic. (2000).Vol. 47, N° 5.

- [33] ZIENKIEWICZ, O. C. y TAYLOR, R. L. El método de los elementos finitos. Volumen 1 y 2. Mc Graw Hill. 1988. CIMNE. Barcelona.
- [34] ZHANG, X.P., AHMED, H., YAO, Z. Multi-body contact modelling and statistical experimental validation for hub-bearing unit. Tribology International 36 (2003) 505-510.
- [35] SAWALHI, N. and RANDALL, R.B. Simulating gear and bearing interactions in the presence of faults Part I. The combined gear bearing dynamic model and the simulation of localised bearing faults. Mechanic Systems and Signal Processing 22 (2008) 1924-1951.
- [36] ITAGAKI, T., OHTA, H. and IGARASHIB, T. Effect of grease type on abnormal vibration of ball bearing. Journal of Sound and Vibration 268 (2003) 933-946.
- [37] CAO, Y.. A general method for the modeling of spindle-bearing systems. Journal of Mechanical Design, 126, (2004), pp. 1089-1104
- [38] GARCIA-PRADA, J.C. RUBIO, H. Simulación de defectos en elementos rodantes: aplicación a rodamientos. Anales de Ingeniería Mecánica, XV CNIM, 2003, pp. 1478-1583.
- [39] VILCHES, A. Análisis de vibraciones de un rodamiento con elementos de fase dinámica bajo la acción de una fuerza de desbalance. PFC. Biblioteca UC3M. 2006
- [40] PRADA, D. Análisis y cálculo de tensiones en rodamientos angulares mediante el método de los elementos finitos. PFC. Biblioteca UC3M 2007.
- [41] FERTIS, D. Nonlinear Mechanic. Second Edition.CRC Press. 1998. Washington. USA.
- [42] SPYRAKOS, C. Finite elements analysis in engineering practice. Algor publishing division.1996. Pittsburgh. USA.

- [43] HAMROCK, B. DOWSON, D. Ball bearing lubrication. The elastohydrodynamics of elliptical contacts. Wiley. 1981. New York.
- [44] GOMEZ, E. Diagnostico de elementos mecánicos en rotación mediante análisis espectral. Tesis doctoral 1991. UNED.
- [45] LOGAN, D. A first course in the finite element method using Algor™. Second edition. BROOKS/COLE. 2001
- [46] HARSHA S.P., KANKAR, P.K. Stability analysis of rotor bearing system due to surface waviness and number of balls. International Journal of Mechanic sciences, 46, (2004). 1057-1081.
- [47] The NASA Tech Briefs' 13th Annual Readers' Choice Awards. 2007. NASA Tech Briefs. June 2007. (NTB). Pittsburgh. PA. USA.
- [48] Catálogo WL 41 520/3 SB. Rodamiento FAG. Edición año 2000. Barcelona. España.

ANEXO I.

SIMULACIÓN RODAMIENTO CON MALLA DE ELEMENTOS RADIALES.



Información sobre el modelo

Tipo de análisis - MES con modelos de material no lineales

Unidades - Custom - (N, mm, s, deg C, K, V, ohm, A, J)

Posición del modelo - C:\Documents and Settings\edwin\Escritorio\mallado defecto
1,83 mm REPARADO\13BOLAS

Información de parámetros de análisis

Información multifenómeno

Temperatura nodal predeterminada	0 °C
----------------------------------	------

Información sobre el procesador

Duración del evento	0.12 s
Pasos por segundo	20000 /s
Tipo de análisis	Simulación de Eventos Mecánicos (MES)
Aceleración debida a la fuerza del cuerpo	9814.56 mm/s ²
Multiplicador en X	0

Multiplicador en Y	0
Multiplicador en Z	-1
Número de curva de carga para la carga gravitatoria	1
Tipo de carga de presión en elemento cáscara	Ninguno
Número de curva de carga para las cargas de presión en cáscara	1
Alisar presiones de elementos cáscara	Sí
Control de presión hidrostática para elementos cáscara	Ninguno
Datos de coordenada Z para la presión hidrostática	0 mm
Densidad de peso del fluido que provoca la presión hidrostática sobre el elemento cáscara (shell)	0 N/mm ³
Índice de curva de carga de variación de temperatura nodal a lo largo del tiempo	1
Lugar del disco donde se almacenan los datos de temperatura nodal	No hay datos térmicos
Archivo de datos de temperatura	Ninguno
Emitir resultados de todos los pasos temporales	No
Emitir resultados de todos los pasos temporales con interacción con las paredes	No
Calcular deformaciones unitarias y emitir resultados	No
Presentar fuerzas de reacción	Calculado
Número de pasos temporales	2400
Tamaño inicial del paso temporal	5e-005 s
Método de resolución iterativa no lineal	Newton combinado con búsqueda de líneas
Máximo de iteraciones	15
Criterios de convergencia	Desplazamiento
Tolerancia del desplazamiento	1e-006
Tolerancia de la fuerza	1e-015
Tolerancia de convergencia de búsqueda de líneas	0.5
Número de pasos temporales entre iteraciones	1
Número de pasos temporales entre reformulaciones de la matriz de rigidez	1
Métodos de integración temporal sugeridos para este tipo de análisis	General: MES, SLN

Parámetro para el método de integración MES	1
Primer parámetro para el método de integración estática lineal (LS)	0.5
Segundo parámetro para el método de integración estático lineal (LS)	0.25
Número de pasos temporales	0
Tamaño inicial del paso temporal	0 s
Intervalo de resultados	1
Instante de comienzo del evento	0 s
Reanudar/Prolongar ejecución	No
Ampliación del número de pasos temporales	0
Usar pasos temporales de tamaño constante	No
Condición de decremento: Velocidad de convergencia	Ajustado automáticamente
Condición de decremento: Permitir convergencia no monótona	Sí
Condición de decremento: Elementos comprimidos	No
Condición de decremento: Alta tolerancia de la solución	Sí
Factor de modificación del paso temporal	2
Condición de incremento: Número de pasos temporales con convergencia	4
Condición de incremento: Incrementar hasta llegar a un número de pasos temporales con convergencia	4
Aplicar amortiguamiento Rayleigh	No
Coeficiente de amortiguamiento Rayleigh másico	0.05
Coeficiente de amortiguamiento Rayleigh relativo a la rigidez	0.05
Dirección del eje de la carga centrífuga	Entre dos puntos
Multiplicador de la curva de carga centrífuga	1 mm/s ²
Rotación centrífuga	0 RPM
Número de curva de carga para la carga centrífuga	1
Coordenada X del primer punto del eje	0 mm
Coordenada Y del primer punto del eje	0 mm
Coordenada Z del primer punto del eje	0 mm
Coordenada X del segundo punto del eje	0 mm

Coordenada Y del segundo punto del eje	0 mm
Coordenada Z del segundo punto del eje	0 mm
Datos de paso temporal en archivo de resultados	No
Datos numéricos de la ecuación en archivo de resultados	No
Rigidez del elemento en archivo de resultados	No
Rigidez global en archivo de resultados	No
Desplazamiento de nodos en archivo de resultados	No
Velocidad de los nodos en archivo de resultados	No
Aceleración de los nodos en archivo de resultados	No
Datos de partida del elemento en el archivo de resultados	No
Datos de entrada nodales en archivo de resultados	No
Datos de partida de condiciones iniciales en archivo de resultados	No
Impresión Bloques a archivo	No
Representación de masa	Concentrado
Intervalo de reformulación de la matriz dentro de cada paso temporal	1
Máximo de reformulaciones de rigidez [MBL1]por intervalo	1
Número de pasos temporales entre reformulaciones de la matriz de rigidez	1
Evitar optimización de ancho de banda	No
Método de optimización del ancho de banda	Monocuerpo
Tolerancia de convergencia	1e-006
Máximo de iteraciones	1000
Número de procesadores	All
Ejecutar análisis estático	No
Tipo de Solver	Disperso
Tolerancia de las entradas de la matriz de rigidez	0

Datos de curva de carga

Curva de carga 1 Índice 1 Tiempo	0
Curva de carga 1 Índice 1 Multiplicador	1

Curva de carga 1 Índice 2 Tiempo	1
Curva de carga 1 Índice 2 Multiplicador	1
Curva de carga 2 Índice 1 Tiempo	0
Curva de carga 2 Índice 1 Multiplicador	0
Curva de carga 2 Índice 2 Tiempo	1
Curva de carga 2 Índice 2 Multiplicador	1

Información sobre la pieza

Id. de pieza	Nombre de la pieza	Tipo de elemento	Nombre del material
1	Pista Int	2D	Steel (ASTM-A36)
2	eje	Cinemático 2D	Steel (ASTM-A36)
3	Pista Ext	2D	Steel (ASTM-A36)
4	Bolas Sup Ext	2D	Steel (ASTM-A36)
5	Bolas Sup Int	Cinemático 2D	Steel (ASTM-A36)
6	Jaula	Barra	Steel (ASTM-A36)
10	Palanca Torsora	Cinemático 2D	Steel (ASTM-A36)

Propiedades del elemento utilizadas para:

- Pista Int

Tipo de elemento	2D
Modelo del material	Isotrópico
Tipo de geometría	Tensión planar
Espesor	10 mm
Nodos intermedios	No incluido
Incluir condiciones iniciales especificadas	Sí
Velocidad inicial de traslación en Y	0 mm/s
Velocidad de traslación inicial del eje Z	0 mm/s
Velocidad inicial de rotación en X	-1800 RPM
Punto inicial de rotación en Y	0 mm
Punto inicial de rotación en Z	0 mm
Método de ordenación nodal	Predeterminada

Coordenada Y del orden nodal	0 mm
Coordenada Z del orden nodal	0 mm
Dirección Y del eje del material	0
Dirección Z del eje del material	0
Ángulo de rotación del eje del material	0 °
Temperatura de referencia en ausencia de tensión	0 °C
Ley de fluencia	Sin fluencia
Fluencia - Método de integración temporal	Subintervalos flexibles
Fluencia - Temperatura de referencia en ausencia de tensión	0 °C
Fluencia - Número máximo de subintervalos	100
Fluencia - Tolerancia de cálculos de deformación unitaria	0.1
Formulación de análisis	Lagrangiano total
Orden de integración	Tercer orden
Permitir elementos solapados	No

Propiedades del elemento utilizadas para:

- eje

Tipo de elemento	Cinemático 2D
Espesor	10 mm
Incluir condiciones iniciales especificadas	Sí
Velocidad inicial de traslación en Y	0 mm/s
Velocidad de traslación inicial del eje Z	0 mm/s
Velocidad inicial de rotación en X	-1800 RPM
Punto inicial de rotación en Y	0 mm
Punto inicial de rotación en Z	0 mm
Orden de integración	Segundo orden
Nodos intermedios	No incluido
Permitir elementos solapados	No

Propiedades del elemento utilizadas para:

- Pista Ext
- Bolas Sup Ext

Tipo de elemento	2D
Modelo del material	Isotrópico
Tipo de geometría	Tensión planar
Espesor	10 mm
Nodos intermedios	No incluido
Incluir condiciones iniciales especificadas	No
Velocidad inicial de traslación en Y	mm/s
Velocidad de traslación inicial del eje Z	mm/s
Velocidad inicial de rotación en X	RPM
Punto inicial de rotación en Y	mm
Punto inicial de rotación en Z	mm
Método de ordenación nodal	Predeterminada
Coordenada Y del orden nodal	0 mm
Coordenada Z del orden nodal	0 mm
Dirección Y del eje del material	0
Dirección Z del eje del material	0
Ángulo de rotación del eje del material	0 °
Temperatura de referencia en ausencia de tensión	0 °C
Ley de fluencia	Sin fluencia
Fluencia - Método de integración temporal	Subintervalos flexibles
Fluencia - Temperatura de referencia en ausencia de tensión	0 °C
Fluencia - Número máximo de subintervalos	100
Fluencia - Tolerancia de cálculos de deformación unitaria	0.1
Formulación de análisis	Lagrangiano total
Orden de integración	Tercer orden
Permitir elementos solapados	No

Propiedades del elemento utilizadas para:

- Bolas Sup Int

Tipo de elemento	Cinemático 2D
Espesor	10 mm
Incluir condiciones iniciales especificadas	No

Velocidad inicial de traslación en Y	mm/s
Velocidad de traslación inicial del eje Z	mm/s
Velocidad inicial de rotación en X	RPM
Punto inicial de rotación en Y	mm
Punto inicial de rotación en Z	mm
Orden de integración	Segundo orden
Nodos intermedios	No incluido
Permitir elementos solapados	No

Propiedades del elemento utilizadas para:

- Jaula

Tipo de elemento	Barra
Modelo del material	Lineal
Sección transversal	0.0001 mm ²
Coefficiente de amortiguamiento	0 N*s/mm
Incluir condiciones iniciales especificadas	No
Velocidad inicial de traslación en X	mm/s
Velocidad inicial de traslación en Y	mm/s
Velocidad de traslación inicial del eje Z	mm/s
Velocidad inicial de rotación en X	RPM
Velocidad inicial de rotación en Y	RPM
Velocidad rotacional inicial del eje Z	RPM
Punto inicial de rotación en X	mm
Punto inicial de rotación en Y	mm
Punto inicial de rotación en Z	mm
Formulación de análisis	Lagrangiano actualizado
Fuerza axial inicial	0 N
Esfuerzo axial inicial	0 mm/mm

Propiedades del elemento utilizadas para:

- Palanca Torsora

Tipo de elemento	Cinemático 2D
Espesor	0.01 mm
Incluir condiciones iniciales especificadas	Sí
Velocidad inicial de traslación en Y	0 mm/s
Velocidad de traslación inicial del eje Z	0 mm/s
Velocidad inicial de rotación en X	-1800 RPM
Punto inicial de rotación en Y	0 mm
Punto inicial de rotación en Z	0 mm
Orden de integración	Segundo orden
Nodos intermedios	No incluido
Permitir elementos solapados	No

Información sobre el material

Steel (ASTM-A36) -2D

Modelo del material	Standard
Fuente del material	Algor Material Library
Archivo fuente del material	C:\Algor12\MatLibs\algormat.mlb
Fecha de última actualización	1999/02/20-14:22:58
Descripción del material	Structural Steel Mechanics of Materials, 2nd Edition, F.P. Beer and E.R. Johnston, Jr.
Densidad de masa	7861.4 N*s ² /mm/mm ³
Módulo de elasticidad	199950000000 N/mm ²
Coefficiente de Poisson	0.29
Módulo elástico a cortante	77221000000 N/mm ²

Steel (ASTM-A36) -Cinemático 2D

Modelo del material	Standard
Fuente del material	Algor Material Library
Archivo fuente del	C:\Algor12\MatLibs\algormat.mlb

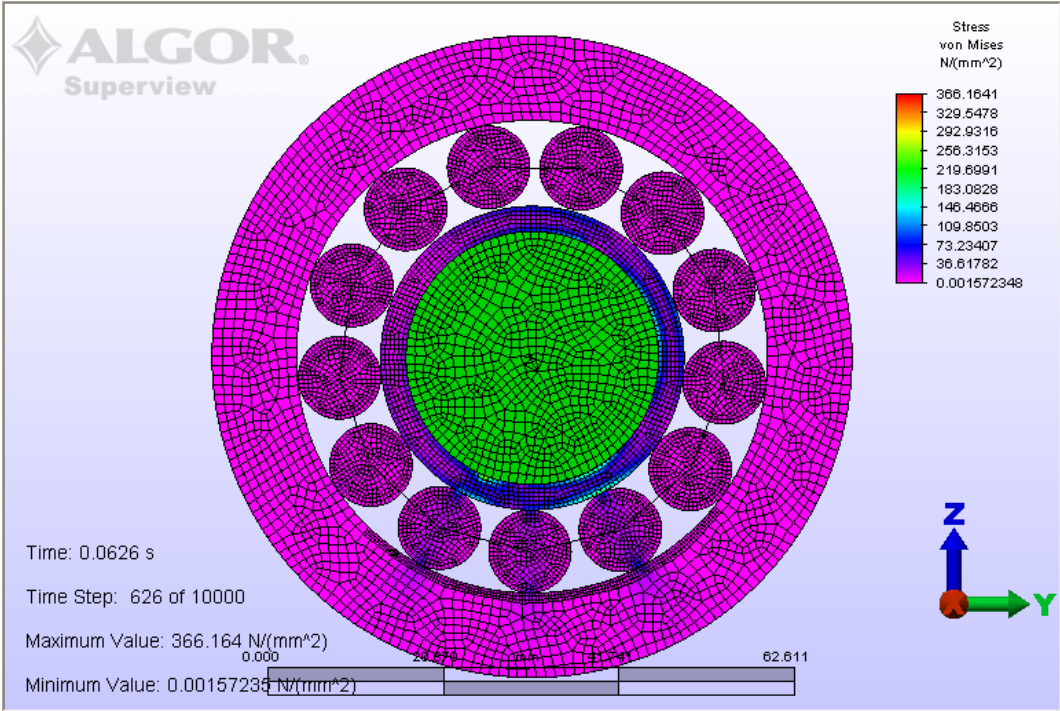
material	
Fecha de última actualización	1999/02/20-14:22:58
Descripción del material	Structural Steel Mechanics of Materials, 2nd Edition, F.P. Beer and E.R. Johnston, Jr.
Densidad de masa	7861.4 N*s ² /mm/mm ³

Steel (ASTM-A36) -Barra

Modelo del material	Standard
Fuente del material	Algor Material Library
Archivo fuente del material	C:\Algor12\MatLibs\algor.mat.mlb
Fecha de última actualización	1999/02/20-14:22:58
Descripción del material	Structural Steel Mechanics of Materials, 2nd Edition, F.P. Beer and E.R. Johnston, Jr.
Densidad de masa	7861.4 N*s ² /mm/mm ³
Módulo de elasticidad	199950000000 N/mm ²
Amortiguamiento	0 s/mm

ANEXO II

MALLADO DENSO, SIN CONTROL DE VELOCIDAD



Información sobre el modelo

Tipo de análisis - MES con modelos de material no lineales
Unidades - Custom - (N, mm, s, deg C, K, V, ohm, A, J)
Posición del modelo - C:\Documents and Settings\UC3M\Escritorio\VICRODA\RODAMIENTO

Información de parámetros de análisis

Información multifenómeno

Temperatura nodal predeterminada	0 °C
----------------------------------	------

Información sobre el procesador

Duración del evento	0.2 s
Pasos por segundo	20000 /s
Tipo de análisis	Simulación de Eventos Mecánicos (MES)

Aceleración debida a la fuerza del cuerpo	9814.56 mm/s ²
Multiplicador en X	0
Multiplicador en Y	0
Multiplicador en Z	-1
Número de curva de carga para la carga gravitatoria	1
Tipo de carga de presión en elemento cáscara	Ninguno
Número de curva de carga para las cargas de presión en cáscara	
Alisar presiones de elementos cáscara	No
Control de presión hidrostática para elementos cáscara	Ninguno
Datos de coordenada Z para la presión hidrostática	mm
Densidad de peso del fluido que provoca la presión hidrostática sobre el elemento cáscara (shell)	N/mm ³
Índice de curva de carga de variación de temperatura nodal a lo largo del tiempo	1
Lugar del disco donde se almacenan los datos de temperatura nodal	No hay datos térmicos
Archivo de datos de temperatura	Ninguno
Emitir resultados de todos los pasos temporales	No
Emitir resultados de todos los pasos temporales con interacción con las paredes	No
Calcular deformaciones unitarias y emitir resultados	No
Presentar fuerzas de reacción	No calculado
Número de pasos temporales	4000
Tamaño inicial del paso temporal	5e-005 s
Método de resolución iterativa no lineal	Newton combinado con búsqueda de líneas
Máximo de iteraciones	15
Criterios de convergencia	Desplazamiento
Tolerancia del desplazamiento	1e-15
Tolerancia de la fuerza	1e-15
Tolerancia de convergencia de búsqueda de líneas	0.5
Número de pasos temporales entre iteraciones	1
Número de pasos temporales entre reformulaciones de la matriz de rigidez	1

Métodos de integración temporal sugeridos para este tipo de análisis	General: MES, SLN
Parámetro para el método de integración MES	1
Primer parámetro para el método de integración estática lineal (LS)	0.50
Segundo parámetro para el método de integración estático lineal (LS)	0.25
Número de pasos temporales	0
Tamaño inicial del paso temporal	0 s
Intervalo de resultados	1
Instante de comienzo del evento	0 s
Reanudar/Prolongar ejecución	No
Ampliación del número de pasos temporales	0
Usar pasos temporales de tamaño constante	No
Condición de decremento: Velocidad de convergencia	Valor desconocido
Condición de decremento: Permitir convergencia no monótona	Sí
Condición de decremento: Elementos comprimidos	No
Condición de decremento: Alta tolerancia de la solución	Sí
Factor de modificación del paso temporal	2
Condición de incremento: Número de pasos temporales con convergencia	4
Condición de incremento: Incrementar hasta llegar a un número de pasos temporales con convergencia	4
Aplicar amortiguamiento Rayleigh	No
Coeficiente de amortiguamiento Rayleigh másico	0.05
Coeficiente de amortiguamiento Rayleigh relativo a la rigidez	0.05
Dirección del eje de la carga centrífuga	Entre dos puntos
Multiplicador de la curva de carga centrífuga	1 mm/s ²
Rotación centrífuga	RPM
Número de curva de carga para la carga centrífuga	1
Representación de masa	Concentrado
Intervalo de reformulación de la matriz dentro de cada paso temporal	1

Máximo de reformulaciones de rigidez [MBL1]por intervalo	1
Número de pasos temporales entre reformulaciones de la matriz de rigidez	1
Evitar optimización de ancho de banda	No
Método de optimización del ancho de banda	Monocuerpo
Tolerancia de convergencia	1E-6
Máximo de iteraciones	1000
Número de procesadores	All
Ejecutar análisis estático	No
Tipo de Solver	Disperso
Tolerancia de las entradas de la matriz de rigidez	0

Datos de curva de carga

Curva de carga 1 Índice 1 Tiempo	0
Curva de carga 1 Índice 1 Multiplicador	1
Curva de carga 1 Índice 2 Tiempo	0.2
Curva de carga 1 Índice 2 Multiplicador	1

Información sobre la pieza

Id. de pieza	Nombre de la pieza	Tipo de elemento	Nombre del material
<u>1</u>	EJE	2D	<u>Steel (ASTM - A36)</u>
<u>2</u>	PISTANT	2D	<u>Steel (ASTM - A36)</u>
<u>3</u>	PISTAEXT	2D	<u>Steel (ASTM - A36)</u>
<u>4</u>	BOLA1	2D	<u>Steel (ASTM - A36)</u>
<u>6</u>	BOLA2	2D	<u>Steel (ASTM - A36)</u>
<u>7</u>	BOLA3	2D	<u>Steel (ASTM - A36)</u>
<u>8</u>	BOLA4	2D	<u>Steel (ASTM - A36)</u>
<u>9</u>	BOLA5	2D	<u>Steel (ASTM - A36)</u>
<u>10</u>	BOLA6	2D	<u>Steel (ASTM - A36)</u>
<u>11</u>	BOLA7	2D	<u>Steel (ASTM - A36)</u>
<u>12</u>	BOLA8	2D	<u>Steel (ASTM - A36)</u>

13	BOLA9	2D	Steel (ASTM - A36)
14	BOLA10	2D	Steel (ASTM - A36)
15	BOLA11	2D	Steel (ASTM - A36)
16	BOLA12	2D	Steel (ASTM - A36)
17	BOLA13	2D	Steel (ASTM - A36)
18	JAULA	Barra	Steel (ASTM - A36)

Propiedades del elemento utilizadas para:

- EJE
- PISTANT

Tipo de elemento	2D
Modelo del material	Isotrópico
Tipo de geometría	Tensión planar
Espesor	10 mm
Nodos intermedios	No incluido
Incluir condiciones iniciales especificadas	Sí
Velocidad inicial de traslación en Y	0 mm/s
Velocidad de traslación inicial del eje Z	0 mm/s
Velocidad inicial de rotación en X	1800 RPM
Punto inicial de rotación en Y	0 mm
Punto inicial de rotación en Z	0 mm
Método de ordenación nodal	Predeterminada
Coordenada Y del orden nodal	0 mm
Coordenada Z del orden nodal	0 mm
Dirección Y del eje del material	0
Dirección Z del eje del material	0
Ángulo de rotación del eje del material	0 °
Temperatura de referencia en ausencia de tensión	0 °C
Ley de fluencia	Sin fluencia
Fluencia - Método de integración temporal	Subintervalos flexibles
Fluencia - Temperatura de referencia en ausencia de tensión	0 °C
Fluencia - Número máximo de subintervalos	100

Fluencia - Tolerancia de cálculos de deformación unitaria	0.1
Formulación de análisis	Lagrangiano total
Orden de integración	Tercer orden
Permitir elementos solapados	No

Propiedades del elemento utilizadas para:

- PISTAEXT
- BOLA1
- BOLA2
- BOLA3
- BOLA4
- BOLA5
- BOLA6
- BOLA7
- BOLA8
- BOLA9
- BOLA10
- BOLA11
- BOLA12
- BOLA13

Tipo de elemento	2D
Modelo del material	Isotrópico
Tipo de geometría	Tensión planar
Espesor	10 mm
Nodos intermedios	No incluido
Incluir condiciones iniciales especificadas	No
Velocidad inicial de traslación en Y	mm/s
Velocidad de traslación inicial del eje Z	mm/s
Velocidad inicial de rotación en X	RPM
Punto inicial de rotación en Y	mm
Punto inicial de rotación en Z	mm
Método de ordenación nodal	Predeterminada
Coordenada Y del orden nodal	0 mm
Coordenada Z del orden nodal	0 mm
Dirección Y del eje del material	0
Dirección Z del eje del material	0

Ángulo de rotación del eje del material	0 °
Temperatura de referencia en ausencia de tensión	0 °C
Ley de fluencia	Sin fluencia
Fluencia - Método de integración temporal	Subintervalos flexibles
Fluencia - Temperatura de referencia en ausencia de tensión	0 °C
Fluencia - Número máximo de subintervalos	100
Fluencia - Tolerancia de cálculos de deformación unitaria	0.1
Formulación de análisis	Lagrangiano total
Orden de integración	Tercer orden
Permitir elementos solapados	No

Propiedades del elemento utilizadas para:

- JAULA

Tipo de elemento	Barra
Modelo del material	Lineal
Sección transversal	0.01 mm ²
Coefficiente de amortiguamiento	0 N*s/mm
Incluir condiciones iniciales especificadas	No
Velocidad inicial de traslación en X	mm/s
Velocidad inicial de traslación en Y	mm/s
Velocidad de traslación inicial del eje Z	mm/s
Velocidad inicial de rotación en X	RPM
Velocidad inicial de rotación en Y	RPM
Velocidad rotacional inicial del eje Z	RPM
Punto inicial de rotación en X	mm
Punto inicial de rotación en Y	mm
Punto inicial de rotación en Z	mm
Formulación de análisis	Lagrangiano actualizado
Fuerza axial inicial	0 N
Esfuerzo axial inicial	0 mm/mm

Información sobre el material

Steel (ASTM - A36) -2D

Modelo del material	Standard
Fuente del material	Algor Material Library
Archivo fuente del material	C:\Archivos de programa\ALGOR\MatLibs\algormat.mlb
Fecha de última actualización	2004/09/30-16:00:00
Descripción del material	Structural Steel
Densidad de masa	0.0000000078548 N*s ² /mm/mm ³
Módulo de elasticidad	199950 N/mm ²
Coefficiente de Poisson	0.29
Módulo elástico a cortante	77221 N/mm ²

Steel (ASTM - A36) -Barra

Modelo del material	Standard
Fuente del material	Algor Material Library
Archivo fuente del material	C:\Archivos de programa\ALGOR\MatLibs\algormat.mlb
Fecha de última actualización	2004/09/30-16:00:00
Descripción del material	Structural Steel
Densidad de masa	0.0000000078548 N*s ² /mm/mm ³
Módulo de elasticidad	199950 N/mm ²
Amortiguamiento	0 s/mm

Información sobre cargas y restricciones

Restricciones

Conjunto de restricciones 2: Unnamed

Nodal Condiciones de contorno

ID	Descripción	Node ID	Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
1	Sin nombre	5164	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí

2	Sin nombre	5165	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
3	Sin nombre	5166	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
4	Sin nombre	5167	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
	Nodos trestrigidos hasta 188	sigue						
186	Sin nombre	5350	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
187	Sin nombre	5351	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
188	Sin nombre	5233	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí

Datos de salida del procesador

Resumen del procesador

ALGOR (R) Accupak/VE Mechanical Event Simulation (MES)
Version 19.02-WIN 29-MAR-2006
Copyright (c) 1988-2006 ALGOR, Inc. All rights

```
-----
Date & Time           : 2006-04-27  20:10:36
Input Model           :
C:\Documents and Settings\UC3M\Escritorio\VICRODA\RODAMIENTO
Command Line Options  : silent
```

** Model description

** Master Control Information

```
Number of nodal points . . . . . (NUMNP)    =6591
Master x-translation code . . . . . (IDOF(1)) =    0
Master y-translation code . . . . . (IDOF(2)) =    0
Master z-translation code . . . . . (IDOF(3)) =    0
Master x-rotation   code . . . . . (IDOF(4)) =    1
Master y-rotation   code . . . . . (IDOF(5)) =    1
Master z-rotation   code . . . . . (IDOF(6)) =    1
Number of linear element parts. . . (NEGL)    =    0
Number of nonlinear element parts . (NEGNL)    =   43
Solution mode . . . . . (MODEX)    =    2
  EQ.0: Data check
  EQ.1: Execution
  EQ.2: restart
Ratio of allocated memory . . . . . (RMEST)    =0.000
Coordinate system . . . . . (JCORD)    =    0
  EQ.0: Cartesian coordinate
  EQ.1: Cylindrical coordinate
Printout flag . . . . . (IPSF )    =    3
Current level of time step reduction(Klevel) =    1
Total number of time steps . . . . (NSTE)    =   4168
Time step increment . . . . . (DT)    =  0.5000E-04
Time at solution start . . . . . (TSTART) =  0.2070E-01
Printing interval . . . . . (IPRI)    =    1
```

```

Version number . . . . . (VERSION) = 19.020

** Analysis information

Analysis type . . . . . (IMASS)   =    1
  EQ.0: Static analysis
  EQ.1: Dynamic analysis/Frequency analysis with lumped mass
  EQ.2: Dynamic analysis/Frequency analysis with consistent mass

Nonlinearity code . . . . . (KLIN)   =    1
  EQ.0: Linear analysis      (NEGNL=0)
  EQ.1: Nonlinear analysis (NEGNL >= 1)

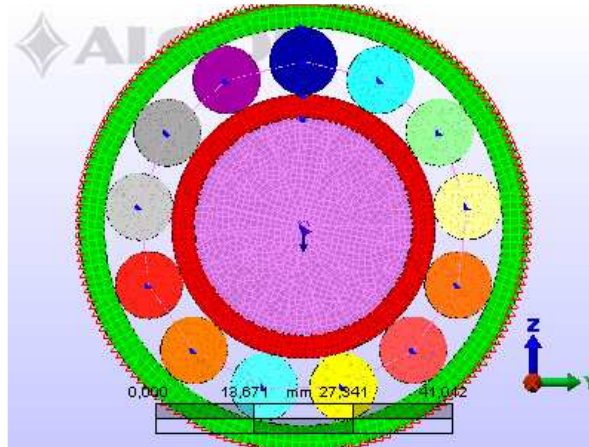
** Iteration Control for Nonlinear Element

Number of time steps between reforming
  effective stiffness matrix . . . (ISREF)   =    1
Maximum number of stiffness reformations
  permitted in each time step . . (NUMREF)   =   15
Number of time steps between
  equilibrium iterations . . . . . (IEQUIT)   =    1
Maximum number of equilibrium
  iterations permitted . . . . . (ITEMAX)   =   15
Displacement convergence tolerance (DTOL)   = 0.100E-03
Force convergence tolerance . . . . (FTOL)   = 0.100E-14
Energy convergence tolerance . . . (DTOL*FTOL) = 0.100E-18
Line search tolerance . . . . . (STOL)   = 0.500E+00
Contact wall tolerance . . . . . (CTOL)   = 0.100E-01
Nonlinear

```

ANEXO III

REPORTE DE LA SIMULACION PARA RODAMIENTO DE RODILLOS CILÍNDRICOS.



Fecha de última actualización 15/05/2007.

Project reviewed on 15/05/2007.

Resumen

Información sobre el modelo

Tipo de análisis - MES con modelos de material no lineales

Unidades - Custom - (N, mm, s, deg C, deg C, V, ohm, A, J)

Posición del modelo - C:\Documents and Settings\UC3M\Escritorio\MN 30HZ-0,2

1000N\nuevo SERO modelo.fem

Design scenario description -

Información de parámetros de análisis

Información sobre el procesador

Duración del evento	1 s
Pasos por segundo	10000 /s
Tipo de análisis	Simulación de Eventos Mecánicos (MES)
Aceleración debida a la fuerza del cuerpo	9814.56 mm/s ²
Multiplicador en X	0
Multiplicador en Y	0
Multiplicador en Z	-1

Número de curva de carga para la carga gravitatoria	1
Tipo de carga de presión en elemento cáscara	Ninguno
Número de curva de carga para las cargas de presión en cáscara	
Alisar presiones de elementos cáscara	No
Control de presión hidrostática para elementos cáscara	Ninguno
Datos de coordenada Z para la presión hidrostática	mm
Densidad de peso del fluido que provoca la presión hidrostática sobre el elemento cáscara (shell)	N/mm ³
Índice de curva de carga de variación de temperatura nodal a lo largo del tiempo	1
Lugar del disco donde se almacenan los datos de temperatura nodal	No hay datos térmicos
Archivo de datos de temperatura	Ninguno
Emitir resultados de todos los pasos temporales	No
Emitir resultados de todos los pasos temporales con interacción con las paredes	No
Calcular deformaciones unitarias y emitir resultados	No
Presentar fuerzas de reacción	Calculado
Número de pasos temporales	10000
Tamaño inicial del paso temporal	0.0001 s
Método de resolución iterativa no lineal	Newton combinado con búsqueda de líneas
Máximo de iteraciones	15
Criterios de convergencia	Desplazamiento
Tolerancia del desplazamiento	1e-15
Tolerancia de la fuerza	1e-15
Tolerancia de convergencia de búsqueda de líneas	0.5
Número de pasos temporales entre iteraciones	1
Número de pasos temporales entre reformulaciones de la matriz de rigidez	1
Métodos de integración temporal sugeridos para este tipo de análisis	General: MES, SLN
Parámetro para el método de integración MES	1
Primer parámetro para el método de integración estática lineal (LS)	0.50
Segundo parámetro para el método de integración estático lineal (LS)	0.25

Número de pasos temporales	0
Tamaño inicial del paso temporal	0 s
Intervalo de resultados	1
Instante de comienzo del evento	0 s
Reanudar/Prolongar ejecución	No
Ampliación del número de pasos temporales	0
Usar pasos temporales de tamaño constante	No
Condición de decremento: Velocidad de convergencia	Valor desconocido
Condición de decremento: Permitir convergencia no monótona	Sí
Condición de decremento: Elementos comprimidos	No
Condición de decremento: Alta tolerancia de la solución	Sí
Factor de modificación del paso temporal	2
Condición de incremento: Número de pasos temporales con convergencia	4
Condición de incremento: Incrementar hasta llegar a un número de pasos temporales con convergencia	4
Aplicar amortiguamiento Rayleigh	No
Coeficiente de amortiguamiento Rayleigh másico	0.05
Coeficiente de amortiguamiento Rayleigh relativo a la rigidez	0.05
Dirección del eje de la carga centrífuga	Entre dos puntos
Multiplicador de la curva de carga centrífuga	1 mm/s ²
Rotación centrífuga	RPM
Número de curva de carga para la carga centrífuga	1
Coordenada X del primer punto del eje	0 mm
Coordenada Y del primer punto del eje	0 mm
Coordenada Z del primer punto del eje	0 mm
Coordenada X del segundo punto del eje	0 mm
Coordenada Y del segundo punto del eje	0 mm
Coordenada Z del segundo punto del eje	0 mm
Datos de paso temporal en archivo de resultados	No
Datos numéricos de la ecuación en archivo de resultados	No
Rigidez del elemento en archivo de resultados	No
Rigidez global en archivo de resultados	No
Desplazamiento de nodos en archivo de resultados	No

Velocidad de los nodos en archivo de resultados	No
Aceleración de los nodos en archivo de resultados	No
Datos de partida del elemento en el archivo de resultados	No
Datos de entrada nodales en archivo de resultados	No
Datos de partida de condiciones iniciales en archivo de resultados	No
Impresión Bloques a archivo	No
Representación de masa	Concentrado
Intervalo de reformulación de la matriz dentro de cada paso temporal	1
Máximo de reformulaciones de rigidez [MBL1]por intervalo	1
Número de pasos temporales entre reformulaciones de la matriz de rigidez	1
Evitar optimización de ancho de banda	No
Método de optimización del ancho de banda	Monocuerpo
Tolerancia de convergencia	1E-6
Máximo de iteraciones	1000
Número de procesadores	All
Ejecutar análisis estático	No
Tipo de Solver	Disperso
Tolerancia de las entradas de la matriz de rigidez	0

Datos de curva de carga

Load Curve 1 Type	Time
Curva de carga 1 Índice 1 Tiempo	0
Curva de carga 1 Índice 1 Multiplicador	1
Curva de carga 1 Índice 2 Tiempo	1
Curva de carga 1 Índice 2 Multiplicador	1
Load Curve 2 Type	Time
Curva de carga 2 Índice 1 Tiempo	0
Curva de carga 2 Índice 1 Multiplicador	0
Curva de carga 2 Índice 2 Tiempo	1
Curva de carga 2 Índice 2 Multiplicador	1

Información sobre la pieza

Id. de pieza	Nombre de la pieza	Tipo de elemento	Nombre del material
1	Anillo Externo	2D	AISI 1006 Steel, cold drawn
2	Anillo Interno	2D	AISI 1006 Steel, cold drawn
3	Bola 1	2D	AISI 1006 Steel, cold drawn
4	Bola 2	2D	AISI 1006 Steel, cold drawn
5	Bola 3	2D	AISI 1006 Steel, cold drawn
6	Bola 4	2D	AISI 1006 Steel, cold drawn
7	Bola 5	2D	AISI 1006 Steel, cold drawn
8	Bola 6	2D	AISI 1006 Steel, cold drawn
9	Bola 7	2D	AISI 1006 Steel, cold drawn
10	Bola 8	2D	AISI 1006 Steel, cold drawn
11	Bola 9	2D	AISI 1006 Steel, cold drawn
12	Bola 10	2D	AISI 1006 Steel, cold drawn
13	Bola 11	2D	AISI 1006 Steel, cold drawn
14	Bola 12	2D	AISI 1006 Steel, cold drawn
15	Bola 13	2D	AISI 1006 Steel, cold drawn
16	jaula	Barra	AISI 1006 Steel, cold drawn
17	Eje	2D	AISI 1006 Steel, cold drawn
18	torque	Viga	AISI 1005 Steel

Propiedades del elemento utilizadas para:

- Anillo Externo
- Anillo Interno
- Bola 1
- Bola 2
- Bola 3
- Bola 4
- Bola 5
- Bola 6
- Bola 7
- Bola 8
- Bola 9
- Bola 10
- Bola 11
- Bola 12
- Bola 13
- Eje

Tipo de elemento	2D
Modelo del material	Isotrópico
Tipo de geometría	Tensión planar
Espesor	10 mm
Nodos intermedios	No incluido
Incluir condiciones iniciales especificadas	No
Velocidad inicial de traslación en Y	mm/s
Velocidad de traslación inicial del eje Z	mm/s
Velocidad inicial de rotación en X	RPM
Punto inicial de rotación en Y	mm
Punto inicial de rotación en Z	mm
Método de ordenación nodal	Predeterminada
Coordenada Y del orden nodal	0 mm
Coordenada Z del orden nodal	0 mm
Dirección Y del eje del material	0
Dirección Z del eje del material	0
Ángulo de rotación del eje del material	0 °
Temperatura de referencia en ausencia de tensión	0 °C
Ley de fluencia	Sin fluencia
Fluencia - Método de integración temporal	Subintervalos flexibles
Fluencia - Temperatura de referencia en ausencia de tensión	0 °C
Fluencia - Número máximo de subintervalos	100
Fluencia - Tolerancia de cálculos de deformación unitaria	0.1
Formulación de análisis	Lagrangiano total
Orden de integración	Tercer orden
Permitir elementos solapados	No

Propiedades del elemento utilizadas para:

- jaula

Tipo de elemento	Barra
Modelo del material	Lineal
Sección transversal	0.1 mm ²
Coefficiente de amortiguamiento	0 N*s/mm
Incluir condiciones iniciales especificadas	No

Velocidad inicial de traslación en X	mm/s
Velocidad inicial de traslación en Y	mm/s
Velocidad de traslación inicial del eje Z	mm/s
Velocidad inicial de rotación en X	RPM
Velocidad inicial de rotación en Y	RPM
Velocidad rotacional inicial del eje Z	RPM
Punto inicial de rotación en X	mm
Punto inicial de rotación en Y	mm
Punto inicial de rotación en Z	mm
Formulación de análisis	Lagrangiano actualizado
Fuerza axial inicial	0 N
Esfuerzo axial inicial	0 mm/mm

Propiedades del elemento utilizadas para:

- torque

Tipo de elemento	Viga
Modelo del material	Elástico
Tipo de sección	Redondear
Radio	1 mm
Incluir condiciones iniciales especificadas	No
Velocidad inicial de traslación en X	mm/s
Velocidad inicial de traslación en Y	mm/s
Velocidad de traslación inicial del eje Z	mm/s
Velocidad inicial de rotación en X	RPM
Velocidad inicial de rotación en Y	RPM
Velocidad rotacional inicial del eje Z	RPM
Punto inicial de rotación en X	mm
Punto inicial de rotación en Y	mm
Punto inicial de rotación en Z	mm
Control para K-nodo	Predeterminada
Coordenada X del K-nodo	0 mm
Coordenada Y del K-nodo	0 mm
Coordenada Z del K-nodo	0 mm
Formulación de análisis	Lagrangiano total

Integración de primer orden	Tercer orden
Integración de segundo orden	Tercer orden
Integración de tercer orden	Tercer orden

Información sobre el material

AISI 1006 Steel, cold drawn -2D

Modelo del material	Standard
Fuente del material	ALGOR Material Library
Archivo fuente del material	C:\Archivos de programa\ALGOR\20.01\matlibs\algormat.mlb
Fecha de última actualización	2004/10/28-16:02:00
Descripción del material	None
Densidad de masa	0.000000007872 N*s ² /mm/mm ³
Módulo de elasticidad	205000 N/mm ²
Coefficiente de Poisson	0.29
Módulo elástico a cortante	80000 N/mm ²

AISI 1006 Steel, cold drawn -Barra

Modelo del material	Standard
Fuente del material	ALGOR Material Library
Archivo fuente del material	C:\Archivos de programa\ALGOR\20.01\matlibs\algormat.mlb
Fecha de última actualización	2004/10/28-16:02:00
Descripción del material	None
Densidad de masa	0.000000007872 N*s ² /mm/mm ³
Módulo de elasticidad	205000 N/mm ²
Amortiguamiento	0 s

AISI 1005 Steel -Viga

Modelo del material	Standard
Fuente del material	ALGOR Material Library
Archivo fuente del	C:\Archivos de

material	programa\ALGOR\20.01\matlibs\algor.mat.mlb
Fecha de última actualización	2004/10/28-16:02:00
Descripción del material	None
Densidad de masa	0.000000007872 N*s ² /mm/mm ³
Módulo de elasticidad	200000 N/mm ²
Coefficiente de Poisson	0.29
Módulo elástico a cortante	80000 N/mm ²

Información sobre cargas y restricciones

Cargas

FEA Object Group 1: Nodal Forces

Nodal Force

ID	Description	Vertex ID	Vx	Vy	Vz	Magnitude	Multiplier Table ID
1	-1000N	63412	0,000000	0,000000	1,000000	-1000,000000	1

FEA Object Group 2: Nodal Prescribed Displacements

Nodal Prescribed Displacement

ID	Description	Vertex ID	Rotational	Direction	Vx	Vy	Vz	Magnitude	Active Range ID	Multiplier Table ID
1	30	66779	Yes	X	1,000000	0,000000	0,000000	30,000000	1	2

Restricciones

FEA Object Group 3: Surface Boundary Conditions

Surface Boundary Condition

ID	Description	Part ID	Surface ID	Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
1	Unnamed	1	2	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes

Datos de salida del procesador

Resumen del procesador

ALGOR (R) Accupak/VE Mechanical Event Simulation (MES)
 Version 20.01.00.0024-WIN 26-APR-2007
 Copyright (c) 2007, ALGOR, Inc. All rights reserved.

```

-----
Date & Time           : 2007-05-12  16:38:26
Input Model           :
C:\Documents and Settings\UC3M\Escritorio\MN 30HZ-0,2 1000N\nuevo
SERO modelo.d
s_data\1\ds
Command Line Options  : silent

** Model description
MES

** Master Control Information
Number of nodal points . . . . . (NUMNP)   =18820
Master x-translation code . . . . . (IDOF(1)) =    0
Master y-translation code . . . . . (IDOF(2)) =    0
Master z-translation code . . . . . (IDOF(3)) =    0
Master x-rotation code . . . . . (IDOF(4)) =    0
Master y-rotation code . . . . . (IDOF(5)) =    0
Master z-rotation code . . . . . (IDOF(6)) =    0
Number of linear element parts. . . (NEGL)   =    0
Number of nonlinear element parts . (NEGNL)  =   44
Solution mode . . . . . (MODEX)   =    2
EQ.0: Data check
EQ.1: Execution
EQ.2: restart
Ratio of allocated memory . . . . . (RMEST)   =1.000
Coordinate system . . . . . (JCORD)   =    0
EQ.0: Cartesian coordinate
EQ.1: Cylindrical coordinate
Printout flag . . . . . (IPSF )   =    3
Current level of time step reduction(Klevel) =    3
Total number of time steps . . . . (NSTE)   =   40446
Time step increment . . . . . (DT)   =  0.2500E-04
Time at solution start . . . . . (TSTART) =  0.1805E-01
Printing interval . . . . . (IPRI)   =    1
Version number . . . . . (VERSION) = 20.010

** Analysis information

Analysis type . . . . . (IMASS)   =    1
EQ.0: Static analysis
EQ.1: Dynamic analysis/Frequency analysis with lumped mass
EQ.2: Dynamic analysis/Frequency analysis with consistent mass

Nonlinearity code . . . . . (KLIN)   =    1
EQ.0: Linear analysis (NEGNL=0)
EQ.1: Nonlinear analysis (NEGNL >= 1)

** Iteration Control for Nonlinear Element

Number of time steps between reforming

```

```

    effective stiffness matrix . . . (ISREF)      =    1
Maximum number of stiffness reformations
    permitted in each time step . . (NUMREF)     =   15
Number of time steps between
    equilibrium iterations . . . . . (IEQUIT)     =    1
Maximum number of equilibrium
    iterations permitted . . . . . (ITEMAX)      =   15
Displacement convergence tolerance (DTOL)       = 0.100E-03
Force convergence tolerance . . . . (FTOL)       = 0.100E-14
Energy convergence tolerance . . (DTOL*FTOL)     = 0.100E-18
Line search tolerance . . . . . (STOL)          = 0.500E+00
Contact wall tolerance . . . . . (CTOL)         = 0.100E-01
Nonlinear iterative solution method (IMETHD)    =    5
    EQ.0: Modified Newton method
    EQ.1: Full Newton method
    EQ.2: Combined full-modified Newton method
    EQ.3: Modified Newton method with line search
    EQ.4: Full Newton method with line search
    EQ.5: Combined full-modified Newton method
           with line search
    EQ.6: Full Newton method (Riks)
Convergence criteria code for equilibrium iterations
    . . . . . (ICRITE) =    0
    EQ.0: Displacement only
    EQ.1: Energy only
    EQ.2: Force only (reserved)
    EQ.3: Displacement or energy
    EQ.4: Displacement or force (reserved)
    EQ.5: Displacement and energy (reserved)
    EQ.6: Displacement and force (reserved)
Convergence based on code for equilibrium iterations
    . . . . . (methodeQ) =    1
    EQ.0: Total displacement
    EQ.1: Displacement since last time step
    EQ.2: Displacement of the first iteration

Matrix reform interval within each time step
    . . . . . (MREFIN) =          1
Maximum number of stiffness reformations permitted in
    each matrix reform interval . . . (MREFNU) =          15

Damping matrix code . . . . . (IDAMP) =    0
    EQ.0: No Rayleigh damping
    EQ.1: Rayleigh damping
Number of nodal masses . . . . . (IMASSN) =    0
Number of nodal dampers . . . . . (IDAMPN) =    0

** Element Loading Information

Mass proportional loading index . (IMASLD) =    1
    EQ.0 : No mass proportional loads
    EQ.1 : Mass proportional loads :
           Gravity, centrifugal loads, or any
           mass proportional body loads
Thermal loading index . . . . . (ITHERM) =    0
Electric potential loading index (Ipiezo) =    0

** General Loading Information

Number of spatial orientation points
    . . . . . (NTRAPT) =    0
Number of 2D deformation independent traction/pressure
    faces/elements (dead load) . . . . . (NTR2DC) =    0

```


Number of 3D deformation independent traction/pressure
faces/elements (dead load) (NTR3DC) = 0
Number of 2D deformation dependent traction/pressure
faces/elements (follower load). (NTR2DF) = 0
Number of 3D deformation dependent traction/pressure
faces/elements (follower load). (NTR3DF) = 0
Number of gravity and/or constant acceleration
cases (MASCON) = 1
Number of centrifugal load cases (MASCEN) = 0
Number of surface part (NSurGp) = 15
Number of constraint equation parts (NCEqGp) = 0
Number of total constraint equations. (NConEq) = 0

Number of prescribed displacements
. (NPRDIS) = 1
Maximum number of constraint active intervals
. (MACTIM) = 1
Time integration method (IOPE) = 3
EQ.1: Wilson theta method
EQ.2: Newmark method
EQ.3: Generalized-alpha method
EQ.4: Mid-Point Rule
EQ.5: Solution method 5
EQ.6: Explicit method A-form (N/A)
EQ.7: Explicit method D-form (N/A)

Spectral radius (1.0 - Parameter for (MES) integration method)
. (RHO) = 0.0000
The generalized-alpha method permits high frequency dissipation
to vary from the no dissipation (Rho=1) to the asymptotic
annihilation case (Rho=0).

** Displacement/Velocity/Acceleration Printout Code

Number of blocks of nodal printout (NPB) = 0
Displacement printout code (IDC) = 0
EQ.0: No printout
EQ.1: Printout
Velocity printout code (IVC) = 0
Acceleration printout code (IAC) = 0
EQ.0: No printout
EQ.1: Printout

** Nodal point data suppressed (use /PRNOD to print)

Number of equations (NEQ) = 37314

** Applied Loading Information

Number of nodal loads (NLOAD) = 1
Number of load curves (NLCUR) = 2
Max number of points in load curves (NPTM) = 2

Load function number = 1
Number of time points = 2

Time	Magnitude
0.00000E+00	1.0000000E+00
1.00000E+00	1.0000000E+00

Load function number = 2
Number of time points = 2

Time	Magnitude
------	-----------

```

-----
0.00000E+00    0.0000000E+00
1.00000E+00    1.0000000E+00

```

Concentrated loads

Node	CID	Direction	Load curve	Load curve multiplier
18161	0	Tz	1	-1.0000E+03

** Active time interval data

Active Interval No.	Birth Time	Death Time	Re-active Interval No.
1	0.00000E+00	0.10000E+01	0

** Prescribed Displacement Information

Node	Dir.	Load curve	Multiplier	Birth time	Death time
18161	4	2	0.1885E+03	0.0000E+00	0.1000E+01

** Applied Mass Proportional Load Information

** Gravity or constant acceleration load control information:

Large displacement effect index (LDISCO) = 0
EQ.0: ignore large displacement effects
EQ.1: include large displacement effects

IMASCO : Gravity or constant acceleration load case number
DIR : Gravity/acceleration direction index
EQ.1 : gravity/acceleration in x direction only
EQ.2 : gravity/acceleration in y direction only
EQ.3 : gravity/acceleration in z direction only
EQ.7 : gravity/acceleration in vector direction (x,y,z)
L-Curve : Load curve number
M-Factor : Load curve multiplier
NEGPL : Element part loading index
EQ.-1 : apply on all element parts
EQ.-2 : apply on all linear element parts
EQ.-3 : apply on all nonlinear element parts
EQ.-4 : apply on nodal concentrated mass
EQ. K : apply on element part K only
EQ. 0 : apply on user specified element parts
ACCELY : gravity or acceleration in global Y-direction
ACCELZ : gravity or acceleration in global Z-direction

IMASCO	DIR	L-Curve	M-Factor	NEGPL	ACCELY	ACCELZ
1	7	1	0.9815E+04	-1	0.0000E+00	0.0000E+00

** Input initial conditions

Initial conditions code (ICON) = 0
 EQ.0: Zero initial conditions
 EQ.1: Initial conditions are read
 EQ.2: Initial conditions are read from .PIN file
 EQ.3: Initial conditions are read from .INI file
 (but MODEX.eq.2 over-rides ICON)

** Element Part Data

Element part number (Nonlinear) = 1

2-D continuum element definition (Type 24)

Number of elements (NPAR(2)) = 503
 Element type (NPAR(5)) = 2
 EQ.0: Axisymmetric elements
 EQ.1: Plane strain elements
 EQ.2: Plane stress elements
 Type of nonlinear element analysis (NPAR(3)) = 2
 EQ.1: Material nonlinearity only
 EQ.2: Total Lagrangian formulation
 EQ.3: Updated Lagrangian formulation
 Number of diff. sets of element traction/pressure loads
 NPAR(6) = 0
 Max no. of nodes defining one element NPAR(7) = 4
 Number of integration points for
 element stiffness generation . . (NPAR(10)) = 3
 Number of stress output tables . . (NPAR(13)) = 0
 EQ.0: Print at integration points

Material definition

Material model (NPAR(15)) = 1
 EQ.1: Isotropic
 EQ.2: Orthotropic
 EQ.3: Variable tangent moduli
 EQ.4: Curve description model
 EQ.5: Curve description model (tension cut-off)
 EQ.6: Elasto-plastic isotropic model (von Mises)
 EQ.7: Elasto-plastic (Drucker-Prager)
 EQ.8: Nearly incompressible elastic (Mooney-Rivlin)
 EQ.9: General Mooney Rivlin model
 EQ.10: Viscoelastic creep model
 EQ.11: Thermal elastic model
 EQ.13: Thermal elasto-plastic model
 EQ.14: Nearly incompressible hyperelastic (Ogden)
 EQ.15: Elasto-plastic kinematic model (von Mises)
 EQ.16: Elasto-plastic Multilinear Isotropic model (von Mises)
 EQ.17: Elasto-plastic Multilinear kinematic model (von Mises)
 EQ.18: Thermal elasto-plastic creep (ORNL) - isotropic
 EQ.19: Thermal elasto-plastic creep (ORNL) - kinematic
 EQ.20: Highly compressible Hyperfoam (Ogden foam)
 EQ.22: Nearly incompressible hyperelastic (Blatz-Ko)
 EQ.23: Nearly incompressible hyperelastic (Neo-Hookean, N/A)
 EQ.24: Nearly incompressible hyperelastic (Yeoh, N/A)
 EQ.25: nearly incompressible hyperelastic (Arruda-Boyce)
 EQ.26: Nearly incompressible hyperelastic (Van der Waals, N/A)
 EQ.101: Linear viscoelastic isotropic
 EQ.102: Linear viscoelastic orthotropic
 EQ.103: Linear thermal viscoelastic isotropic

```
EQ.104:Linear thermal viscoelastic orthotropic
EQ.105:Viscoelastic Mooney-Rivlin
EQ.106:Viscoelastic Ogden
EQ.107:Viscoelastic Ogden foam
EQ.108:Viscoelastic Arruda-Boyce
EQ.109:Viscoelastic Blatz-Ko
Number of different sets of material
  Constants . . . . . (NPAR(16))=    1
Number of material constants per set NPAR(17) =    3
Dimension of storage array (WA)
  Per integration point . . . . . (NPAR(18)) =    0

Material constants set number . . . =    1
```

```
DEN . . . . . (Density) =  0.787200E-08
E . . . . . (PROP(1)) =  0.205000E+06
v . . . . . (PROP(2)) =  0.290000E+00
G . . . . . (PROP(3)) =  0.800000E+05
```

** Element information suppressed (use /PRELE to print)

```
Element part number (Nonlinear) . . . . . =    2
```

2-D continuum element definition (Type 24)

```
Number of elements . . . . . (NPAR(2)) =    561
Element type . . . . . (NPAR(5)) =    2
  EQ.0: Axisymmetric elements
  EQ.1: Plane strain elements
  EQ.2: Plane stress elements
Type of nonlinear element analysis (NPAR(3)) =    2
  EQ.1: Material nonlinearity only
  EQ.2: Total Lagrangian formulation
  EQ.3: Updated Lagrangian formulation
Number of diff. sets of element traction/pressure loads
      NPAR(6) =    0
Max no. of nodes defining one element NPAR(7) =    4
Number of integration points for
  element stiffness generation . . (NPAR(10)) =    3
Number of stress output tables . . (NPAR(13)) =    0
  EQ.0: Print at integration points
```

Material definition

```
Material model . . . . . (NPAR(15)) =    1
  EQ.1: Isotropic
  EQ.2: Orthotropic
  EQ.3: Variable tangent moduli
  EQ.4: Curve description model
  EQ.5: Curve description model (tension cut-off)
  EQ.6: Elasto-plastic isotropic model (von Mises)
  EQ.7: Elasto-plastic (Drucker-Prager)
  EQ.8: Nearly incompressible elastic (Mooney-Rivlin)
  EQ.9: General Mooney Rivlin model
  EQ.10: Viscoelastic creep model
  EQ.11: Thermal elastic model
  EQ.13: Thermal elasto-plastic model
  EQ.14: Nearly incompressible hyperelastic (Ogden)
  EQ.15: Elasto-plastic kinematic model (von Mises)
  EQ.16: Elasto-plastic Multilinear Isotropic model (von Mises)
  EQ.17: Elasto-plastic Multilinear kinematic model (von Mises)
  EQ.18: Thermal elasto-plastic creep (ORNL) - isotropic
  EQ.19: Thermal elasto-plastic creep (ORNL) - kinematic
```

```

EQ.20: Highly compressible Hyperfoam (Ogden foam)
EQ.22: Nearly incompressible hyperelastic (Blatz-Ko)
EQ.23: Nearly incompressible hyperelastic (Neo-Hookean, N/A)
EQ.24: Nearly incompressible hyperelastic (Yeoh, N/A)
EQ.25: nearly incompressible hyperelastic (Arruda-Boyce)
EQ.26: Nearly incompressible hyperelastic (Van der Waals, N/A)
EQ.101:Linear viscoelastic isotropic
EQ.102:Linear viscoelastic orthotropic
EQ.103:Linear thermal viscoelastic isotropic
EQ.104:Linear thermal viscoelastic orthotropic
EQ.105:Viscoelastic Mooney-Rivlin
EQ.106:Viscoelastic Ogden
EQ.107:Viscoelastic Ogden foam
EQ.108:Viscoelastic Arruda-Boyce
EQ.109:Viscoelastic Blatz-Ko
Number of different sets of material
  Constants . . . . . (NPAR(16))=      1
Number of material constants per set NPAR(17) =      3
Dimension of storage array (WA)
  Per integration point . . . . . (NPAR(18)) =      0

Material constants set number . . . =      1

DEN . . . . . (Density) = 0.787200E-08
E . . . . . (PROP(1)) = 0.205000E+06
v . . . . . (PROP(2)) = 0.290000E+00
G . . . . . (PROP(3)) = 0.800000E+05

```

```
** Element information suppressed (use /PRELE to print)
```

Element part number (Nonlinear) = 3

2-D continuum element definition (Type 24)

```

Number of elements . . . . . (NPAR(2)) = 1351
Element type . . . . . (NPAR(5)) = 2
    EQ.0: Axisymmetric elements
    EQ.1: Plane strain elements
    EQ.2: Plane stress elements
Type of nonlinear element analysis (NPAR(3)) = 2
    EQ.1: Material nonlinearity only
    EQ.2: Total Lagrangian formulation
    EQ.3: Updated Lagrangian formulation
Number of diff. sets of element traction/pressure loads
                                         NPAR(6) = 0
Max no. of nodes defining one element NPAR(7) = 4
Number of integration points for
    element stiffness generation . . (NPAR(10)) = 3
Number of stress output tables . . (NPAR(13)) = 0
    EQ.0: Print at integration points

```

NOTA: Este régimen se aplica para todos los pares. Supresión de 20 páginas.

```
** Element information suppressed (use /PRELE to print)
```

Element part number (Nonlinear) = 18

3-D Beam Element Definition (Type 22)

```

Number of elements . . . . .NPAR(2) . . . =      20
Analysis Type . . . . .NPAR(3) . . . =      2
    eq.1, Linear or Material Nonlinearity Only
    eq.2, Total Lagrangian Formulation

```

```

eq.3, Updated Lagrangian Formulation
Element Section Type Code . . . . .NPAR(5). . . = 3
eq.1, Linear elastic user defined section properties
eq.2, Rectangular section
eq.3, Round section
eq.4, Pipe section
eq.5, General combined section
eq.6, General combined section with user-defined sectional
properties
Integration Order
Axial 1st direction . . . . .NPAR(10) . . = 3
2nd direction . . . . .NPAR(11) . . = 3
3rd direction . . . . .NPAR(12) . . = 3
Material Model . . . . .NPAR(15) . . = 2
eq.1, Linear Elastic - linear analysis only
eq.2, Linear Elastic
eq.3, Elasto-Plastic
eq.4, (Reserved)
Number of material property sets . . . .NPAR(16) . . = 1
Number of section property sets . . . .NPAR(17) . . = 1
Number of constants per property set . .NPAR(18) . . = 3
eq.0, reserved
ne.0, No of constants for user defined property

Material Properties No. 1

Mass Density (DEN) . . . . . = 7.8720E-09
Young's Modulus (E) . . . . . = 2.0000E+05
Poisson's Ratio (Nu) . . . . . = 2.9000E-01
Shear Modulus (G) . . . . . = 8.0000E+04

Section Properties No. 1

Outer Diameter . . . . . = 2.0000E+00
Area Ixx Iyy Izz Torsional Constant
3.1416 1.5708 .78540 .78540 1.5708

** 3-D Beam element data suppressed (use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

Element part number (Nonlinear) . . . . . = 22

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . = 17980
Material model (NPAR(15)) . . . . . = 1
EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
EQ.2: Power function contact stiffness law
EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

Contact stiffness C_stiff = 162206.33
Contact distance C_dist = 0.68292000E-01
Contact paramater C_paral = 0.0000000
Contact parameter C_para2 = 0.21078638
Contact parameter C_para3 = 0.0000000
Maximum contact distance: M_dist = 0.0000000
No contact interaction check if distance between two
contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A) C_area = 0.0000000

```

```

Contact friction model          F_model=          1
  = 0: frictionless contact
  = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static)    FrictS =    0.20000000
Coefficient of friction (dynamic)    FrictD =    0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.00000000

```

```

Contact force print index          IPS    =          0
  = 0: no surface contact force output
  = 1: output surface contact force

```

```
** Element information suppressed(use /PRELE to print)
```

```
** Element information suppressed(use /PRELE to print)
```

```
Element part number (Nonlinear) . . . . . =    23
```

```
2-D dynamic contact element definition (Type 234)
```

```
Number of elements (NPAR(2)) . . . . . =    17980
```

```
Material model (NPAR(15)) . . . . . =    1
```

```
EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
```

```
EQ.2: Power function contact stiffness law
```

```
EQ.3: Exponential contact stiffness law
```

```
*** Contact parameter definition
```

```

Contact stiffness          C_stiff =    5133.0117
Contact distance          C_dist =    0.68292000E-01
Contact paramater         C_paral =    0.00000000
Contact parameter         C_para2 =    0.21078638
Contact parameter         C_para3 =    0.00000000
Maximum contact distance:  M_dist =    0.00000000

```

```
  No contact interaction check if distance between two
  contact nodes is bigger than M_dist.
```

```
Contact area (N/A)          C_area =    0.00000000
```

```
Contact friction model          F_model=          1
```

```
  = 0: frictionless contact
```

```
  = 1: frictional contact
```

```
Coefficient of friction (static)    FrictS =    0.20000000
```

```
Coefficient of friction (dynamic)    FrictD =    0.20000000
```

```
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.00000000
```

```

Contact force print index          IPS    =          0
  = 0: no surface contact force output
  = 1: output surface contact force

```

```
** Element information suppressed(use /PRELE to print)
```

```
** Element information suppressed(use /PRELE to print)
```

```
Element part number (Nonlinear) . . . . . =    24
```

```
2-D dynamic contact element definition (Type 234)
```

```

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . = 17980
Material model (NPAR(15)) . . . . . = 1
EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
EQ.2: Power function contact stiffness law
EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

Contact stiffness          C_stiff = 10091.442
Contact distance          C_dist = 0.68292000E-01
Contact paramater        C_paral = 0.0000000
Contact parameter        C_para2 = 0.21078638
Contact parameter        C_para3 = 0.0000000
Maximum contact distance: M_dist = 0.0000000
  No contact interaction check if distance between two
  contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)        C_area = 0.0000000
Contact friction model    F_model= 1
  = 0: frictionless contact
  = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static) FrictS = 0.20000000
Coefficient of friction (dynamic) FrictD = 0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int = 0.0000000

Contact force print index IPS = 0
  = 0: no surface contact force output
  = 1: output surface contact force

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

Element part number (Nonlinear) . . . . . = 25

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . = 17980
Material model (NPAR(15)) . . . . . = 1
EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
EQ.2: Power function contact stiffness law
EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

Contact stiffness          C_stiff = 10170.937
Contact distance          C_dist = 0.68292000E-01
Contact paramater        C_paral = 0.0000000
Contact parameter        C_para2 = 0.21078638
Contact parameter        C_para3 = 0.0000000
Maximum contact distance: M_dist = 0.0000000
  No contact interaction check if distance between two
  contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)        C_area = 0.0000000
Contact friction model    F_model= 1
  = 0: frictionless contact
  = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static) FrictS = 0.20000000

```



```

Coefficient of friction (dynamic)      FrictD =    0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.00000000

```

```

Contact force print index              IPS    =          0
  = 0: no surface contact force output
  = 1: output surface contact force

```

```
** Element information suppressed(use /PRELE to print)
```

```
** Element information suppressed(use /PRELE to print)
```

```
Element part number (Nonlinear) . . . . . =    26
```

```
2-D dynamic contact element definition (Type 234)
```

```
Number of elements (NPAR(2)) . . . . . =   17980
```

```
Material model (NPAR(15)) . . . . . =    1
```

```
EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
```

```
EQ.2: Power function contact stiffness law
```

```
EQ.3: Exponential contact stiffness law
```

```
*** Contact parameter definition
```

```
Contact stiffness                      C_stiff =   164265.79
```

```
Contact distance                      C_dist =   0.68292000E-01
```

```
Contact paramater                     C_paral =    0.00000000
```

```
Contact parameter                     C_para2 =    0.21078638
```

```
Contact parameter                     C_para3 =    0.00000000
```

```
Maximum contact distance:             M_dist =    0.00000000
```

```
No contact interaction check if distance between two
contact nodes is bigger than M_dist.
```

```
Contact area (N/A)                   C_area =    0.00000000
```

```
Contact friction model                F_model=          1
```

```
  = 0: frictionless contact
```

```
  = 1: frictional contact
```

```
Coefficient of friction (static)      FrictS =    0.20000000
```

```
Coefficient of friction (dynamic)     FrictD =    0.20000000
```

```
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.00000000
```

```
Contact force print index              IPS    =          0
```

```
  = 0: no surface contact force output
```

```
  = 1: output surface contact force
```

```
** Element information suppressed(use /PRELE to print)
```

```
** Element information suppressed(use /PRELE to print)
```

```
Element part number (Nonlinear) . . . . . =    27
```

```
2-D dynamic contact element definition (Type 234)
```

```
Number of elements (NPAR(2)) . . . . . =   17980
```

```
Material model (NPAR(15)) . . . . . =    1
```

```
EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
```

```
EQ.2: Power function contact stiffness law
```

EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

```

Contact stiffness           C_stiff =    163964.54
Contact distance           C_dist =    0.68292000E-01
Contact paramater         C_paral =    0.0000000
Contact parameter         C_para2 =    0.21078638
Contact parameter         C_para3 =    0.0000000
Maximum contact distance:  M_dist =    0.0000000
  No contact interaction check if distance between two
  contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)         C_area =    0.0000000
Contact friction model     F_model=      1
  = 0: frictionless contact
  = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static)   FrictS =    0.20000000
Coefficient of friction (dynamic)   FrictD =    0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.0000000

```

```

Contact force print index      IPS      =      0
  = 0: no surface contact force output
  = 1: output surface contact force

```

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

```

Element part number (Nonlinear) . . . . . =    28

```

```

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

```

```

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . =    17980

```

```

Material model (NPAR(15)) . . . . . =      1

```

```

EQ.1: Bi-linear contact stiffness law

```

```

EQ.2: Power function contact stiffness law

```

```

EQ.3: Exponential contact stiffness law

```

*** Contact parameter definition

```

Contact stiffness           C_stiff =    163218.35
Contact distance           C_dist =    0.68292000E-01
Contact paramater         C_paral =    0.0000000
Contact parameter         C_para2 =    0.21078638
Contact parameter         C_para3 =    0.0000000
Maximum contact distance:  M_dist =    0.0000000
  No contact interaction check if distance between two
  contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)         C_area =    0.0000000
Contact friction model     F_model=      1
  = 0: frictionless contact
  = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static)   FrictS =    0.20000000
Coefficient of friction (dynamic)   FrictD =    0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.0000000

```

```

Contact force print index          IPS      =          0
  = 0: no surface contact force output
  = 1: output surface contact force

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

Element part number (Nonlinear) . . . . . =    29

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . =    17980
Material model (NPAR(15)) . . . . . =    1
  EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
  EQ.2: Power function contact stiffness law
  EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

Contact stiffness                  C_stiff =    162401.01
Contact distance                  C_dist =    0.68292000E-01
Contact paramater                 C_paral =    0.0000000
Contact parameter                 C_para2 =    0.21078638
Contact parameter                 C_para3 =    0.0000000
Maximum contact distance:         M_dist =    0.0000000
  No contact interaction check if distance between two
  contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)                C_area =    0.0000000
Contact friction model             F_model=    1
  = 0: frictionless contact
  = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static)   FrictS =    0.20000000
Coefficient of friction (dynamic)  FrictD =    0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.0000000

Contact force print index          IPS      =          0
  = 0: no surface contact force output
  = 1: output surface contact force

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

Element part number (Nonlinear) . . . . . =    30

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . =    17980
Material model (NPAR(15)) . . . . . =    1
  EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
  EQ.2: Power function contact stiffness law
  EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

```

```

Contact stiffness           C_stiff =    40595.603
Contact distance           C_dist =    0.68292000E-01
Contact paramater         C_paral =    0.0000000
Contact parameter         C_para2 =    0.21078638
Contact parameter         C_para3 =    0.0000000
Maximum contact distance:  M_dist =    0.0000000
  No contact interaction check if distance between two
  contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)         C_area =    0.0000000
Contact friction model     F_model=      1
  = 0: frictionless contact
  = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static)   FrictS =    0.20000000
Coefficient of friction (dynamic)   FrictD =    0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.0000000

```

```

Contact force print index      IPS      =      0
  = 0: no surface contact force output
  = 1: output surface contact force

```

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

```

Element part number (Nonlinear) . . . . . =    31

```

```

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

```

```

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . =    17980

```

```

Material model (NPAR(15)) . . . . . =      1

```

```

EQ.1: Bi-linear contact stiffness law

```

```

EQ.2: Power function contact stiffness law

```

```

EQ.3: Exponential contact stiffness law

```

*** Contact parameter definition

```

Contact stiffness           C_stiff =    164265.95
Contact distance           C_dist =    0.68292000E-01
Contact paramater         C_paral =    0.0000000
Contact parameter         C_para2 =    0.21078638
Contact parameter         C_para3 =    0.0000000
Maximum contact distance:  M_dist =    0.0000000
  No contact interaction check if distance between two
  contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)         C_area =    0.0000000
Contact friction model     F_model=      1
  = 0: frictionless contact
  = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static)   FrictS =    0.20000000
Coefficient of friction (dynamic)   FrictD =    0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.0000000

```

```

Contact force print index      IPS      =      0
  = 0: no surface contact force output
  = 1: output surface contact force

```

```

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

Element part number (Nonlinear) . . . . . = 32

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . = 17980
Material model (NPAR(15)) . . . . . = 1
EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
EQ.2: Power function contact stiffness law
EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

Contact stiffness          C_stiff = 163752.28
Contact distance          C_dist = 0.68292000E-01
Contact paramater        C_para1 = 0.0000000
Contact parameter        C_para2 = 0.21078638
Contact parameter        C_para3 = 0.0000000
Maximum contact distance: M_dist = 0.0000000
  No contact interaction check if distance between two
  contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)        C_area = 0.0000000
Contact friction model    F_model= 1
  = 0: frictionless contact
  = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static) FrictS = 0.20000000
Coefficient of friction (dynamic) FrictD = 0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int = 0.0000000

Contact force print index IPS = 0
  = 0: no surface contact force output
  = 1: output surface contact force

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

Element part number (Nonlinear) . . . . . = 33

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . = 17980
Material model (NPAR(15)) . . . . . = 1
EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
EQ.2: Power function contact stiffness law
EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

Contact stiffness          C_stiff = 162735.12
Contact distance          C_dist = 0.68292000E-01

```

```

Contact paramater          C_paral =    0.0000000
Contact parameter          C_para2 =    0.21078638
Contact parameter          C_para3 =    0.0000000
Maximum contact distance:  M_dist =    0.0000000
  No contact interaction check if distance between two
  contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)         C_area =    0.0000000
Contact friction model     F_model=      1
  = 0: frictionless contact
  = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static)   FrictS =    0.20000000
Coefficient of friction (dynamic)   FrictD =    0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.0000000

```

```

Contact force print index      IPS      =      0
  = 0: no surface contact force output
  = 1: output surface contact force

```

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

```

Element part number (Nonlinear) . . . . . =    34

```

```

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

```

```

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . =    17980

```

```

Material model (NPAR(15)) . . . . . =      1

```

```

  EQ.1: Bi-linear contact stiffness law

```

```

  EQ.2: Power function contact stiffness law

```

```

  EQ.3: Exponential contact stiffness law

```

*** Contact parameter definition

```

Contact stiffness          C_stiff =    163990.84
Contact distance          C_dist =    0.68292000E-01
Contact paramater          C_paral =    0.0000000
Contact parameter          C_para2 =    0.21078638
Contact parameter          C_para3 =    0.0000000
Maximum contact distance:  M_dist =    0.0000000
  No contact interaction check if distance between two
  contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)         C_area =    0.0000000
Contact friction model     F_model=      1
  = 0: frictionless contact
  = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static)   FrictS =    0.20000000
Coefficient of friction (dynamic)   FrictD =    0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.0000000

```

```

Contact force print index      IPS      =      0
  = 0: no surface contact force output
  = 1: output surface contact force

```

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

```

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

Element part number (Nonlinear) . . . . . = 35

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . = 16472
Material model (NPAR(15)) . . . . . = 1
EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
EQ.2: Power function contact stiffness law
EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

Contact stiffness          C_stiff = 41101.242
Contact distance          C_dist = 0.52696600E-01
Contact paramater        C_paral = 0.0000000
Contact parameter        C_para2 = 0.21078638
Contact parameter        C_para3 = 0.0000000
Maximum contact distance: M_dist = 0.0000000
No contact interaction check if distance between two
contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)        C_area = 0.0000000
Contact friction model    F_model= 1
= 0: frictionless contact
= 1: frictional contact
Coefficient of friction (static) FrictS = 0.20000000
Coefficient of friction (dynamic) FrictD = 0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int = 0.0000000

Contact force print index IPS = 0
= 0: no surface contact force output
= 1: output surface contact force

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

Element part number (Nonlinear) . . . . . = 36

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . = 16472
Material model (NPAR(15)) . . . . . = 1
EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
EQ.2: Power function contact stiffness law
EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

Contact stiffness          C_stiff = 20550.621
Contact distance          C_dist = 0.52696600E-01
Contact paramater        C_paral = 0.0000000
Contact parameter        C_para2 = 0.21078638
Contact parameter        C_para3 = 0.0000000
Maximum contact distance: M_dist = 0.0000000

```

```

    No contact interaction check if distance between two
    contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)                C_area =    0.0000000
Contact friction model            F_model=      1
    = 0: frictionless contact
    = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static)    FrictS =    0.20000000
Coefficient of friction (dynamic)  FrictD =    0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.0000000

Contact force print index          IPS    =      0
    = 0: no surface contact force output
    = 1: output surface contact force

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

Element part number (Nonlinear) . . . . . =    37

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . =   16472
Material model (NPAR(15)) . . . . . =      1
    EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
    EQ.2: Power function contact stiffness law
    EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

Contact stiffness                  C_stiff =    5137.6553
Contact distance                  C_dist =    0.52696600E-01
Contact paramater                 C_paral =    0.0000000
Contact parameter                 C_para2 =    0.21078638
Contact parameter                 C_para3 =    0.0000000
Maximum contact distance:         M_dist =    0.0000000
    No contact interaction check if distance between two
    contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)                C_area =    0.0000000
Contact friction model            F_model=      1
    = 0: frictionless contact
    = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static)    FrictS =    0.20000000
Coefficient of friction (dynamic)  FrictD =    0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.0000000

Contact force print index          IPS    =      0
    = 0: no surface contact force output
    = 1: output surface contact force

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

Element part number (Nonlinear) . . . . . =    38

```



```

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . = 16472
Material model (NPAR(15)) . . . . . = 1
EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
EQ.2: Power function contact stiffness law
EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

Contact stiffness          C_stiff = 5137.6553
Contact distance          C_dist = 0.52696600E-01
Contact paramater         C_paral = 0.0000000
Contact parameter         C_para2 = 0.21078638
Contact parameter         C_para3 = 0.0000000
Maximum contact distance: M_dist = 0.0000000
  No contact interaction check if distance between two
  contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)        C_area = 0.0000000
Contact friction model     F_model= 1
  = 0: frictionless contact
  = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static) FrictS = 0.20000000
Coefficient of friction (dynamic) FrictD = 0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int = 0.0000000

Contact force print index      IPS = 0
  = 0: no surface contact force output
  = 1: output surface contact force

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

Element part number (Nonlinear) . . . . . = 39

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . = 16472
Material model (NPAR(15)) . . . . . = 1
EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
EQ.2: Power function contact stiffness law
EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

Contact stiffness          C_stiff = 1284.4138
Contact distance          C_dist = 0.52696600E-01
Contact paramater         C_paral = 0.0000000
Contact parameter         C_para2 = 0.21078638
Contact parameter         C_para3 = 0.0000000
Maximum contact distance: M_dist = 0.0000000
  No contact interaction check if distance between two
  contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)        C_area = 0.0000000
Contact friction model     F_model= 1

```

```

    = 0: frictionless contact
    = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static)      FrictS =    0.20000000
Coefficient of friction (dynamic)    FrictD =    0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.00000000

```

```

Contact force print index            IPS    =          0
    = 0: no surface contact force output
    = 1: output surface contact force

```

```
** Element information suppressed(use /PRELE to print)
```

```
** Element information suppressed(use /PRELE to print)
```

```
Element part number (Nonlinear) . . . . . =    40
```

```
2-D dynamic contact element definition (Type 234)
```

```
Number of elements (NPAR(2)) . . . . . =   16472
```

```
Material model (NPAR(15)) . . . . . =    1
```

```
EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
```

```
EQ.2: Power function contact stiffness law
```

```
EQ.3: Exponential contact stiffness law
```

```
*** Contact parameter definition
```

```
Contact stiffness                  C_stiff =   164404.97
```

```
Contact distance                  C_dist =   0.52696600E-01
```

```
Contact paramater                 C_paral =    0.0000000
```

```
Contact parameter                 C_para2 =    0.21078638
```

```
Contact parameter                 C_para3 =    0.0000000
```

```
Maximum contact distance:         M_dist =    0.0000000
```

```
No contact interaction check if distance between two
contact nodes is bigger than M_dist.
```

```
Contact area (N/A)                C_area =    0.0000000
```

```
Contact friction model            F_model=          1
```

```
    = 0: frictionless contact
```

```
    = 1: frictional contact
```

```
Coefficient of friction (static)   FrictS =    0.20000000
```

```
Coefficient of friction (dynamic) FrictD =    0.20000000
```

```
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.0000000
```

```
Contact force print index            IPS    =          0
```

```
    = 0: no surface contact force output
```

```
    = 1: output surface contact force
```

```
** Element information suppressed(use /PRELE to print)
```

```
** Element information suppressed(use /PRELE to print)
```

```
Element part number (Nonlinear) . . . . . =    41
```

```
2-D dynamic contact element definition (Type 234)
```

```
Number of elements (NPAR(2)) . . . . . =   16472
```

```

Material model (NPAR(15)) . . . . . = 1
EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
EQ.2: Power function contact stiffness law
EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

Contact stiffness          C_stiff = 164404.97
Contact distance          C_dist = 0.52696600E-01
Contact paramater         C_paral = 0.0000000
Contact parameter         C_para2 = 0.21078638
Contact parameter         C_para3 = 0.0000000
Maximum contact distance: M_dist = 0.0000000
    No contact interaction check if distance between two
    contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)        C_area = 0.0000000
Contact friction model     F_model= 1
    = 0: frictionless contact
    = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static) FrictS = 0.20000000
Coefficient of friction (dynamic) FrictD = 0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int = 0.0000000

Contact force print index      IPS = 0
    = 0: no surface contact force output
    = 1: output surface contact force

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

Element part number (Nonlinear) . . . . . = 42

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . = 16472
Material model (NPAR(15)) . . . . . = 1
EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
EQ.2: Power function contact stiffness law
EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

Contact stiffness          C_stiff = 164404.97
Contact distance          C_dist = 0.52696600E-01
Contact paramater         C_paral = 0.0000000
Contact parameter         C_para2 = 0.21078638
Contact parameter         C_para3 = 0.0000000
Maximum contact distance: M_dist = 0.0000000
    No contact interaction check if distance between two
    contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)        C_area = 0.0000000
Contact friction model     F_model= 1
    = 0: frictionless contact
    = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static) FrictS = 0.20000000
Coefficient of friction (dynamic) FrictD = 0.20000000

```

Initial contact distance offset (N/A): C_int = 0.0000000

Contact force print index IPS = 0
 = 0: no surface contact force output
 = 1: output surface contact force

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

Element part number (Nonlinear) = 43

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

Number of elements (NPAR(2)) = 16472

Material model (NPAR(15)) = 1

EQ.1: Bi-linear contact stiffness law

EQ.2: Power function contact stiffness law

EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

Contact stiffness C_stiff = 164404.97

Contact distance C_dist = 0.52696600E-01

Contact parameter C_para1 = 0.0000000

Contact parameter C_para2 = 0.21078638

Contact parameter C_para3 = 0.0000000

Maximum contact distance: M_dist = 0.0000000

No contact interaction check if distance between two
 contact nodes is bigger than M_dist.

Contact area (N/A) C_area = 0.0000000

Contact friction model F_model= 1

= 0: frictionless contact

= 1: frictional contact

Coefficient of friction (static) FrictS = 0.20000000

Coefficient of friction (dynamic) FrictD = 0.20000000

Initial contact distance offset (N/A): C_int = 0.0000000

Contact force print index IPS = 0

= 0: no surface contact force output

= 1: output surface contact force

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

Element part number (Nonlinear) = 44

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

Number of elements (NPAR(2)) = 16472

Material model (NPAR(15)) = 1

EQ.1: Bi-linear contact stiffness law

EQ.2: Power function contact stiffness law

EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

```

Contact stiffness           C_stiff =    164404.97
Contact distance           C_dist =    0.52696600E-01
Contact paramater          C_paral =    0.0000000
Contact parameter          C_para2 =    0.21078638
Contact parameter          C_para3 =    0.0000000
Maximum contact distance:  M_dist =    0.0000000
  No contact interaction check if distance between two
  contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)         C_area =    0.0000000
Contact friction model     F_model=      1
  = 0: frictionless contact
  = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static) FrictS =    0.20000000
Coefficient of friction (dynamic) FrictD =    0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.0000000

```

```

Contact force print index   IPS    =      0
  = 0: no surface contact force output
  = 1: output surface contact force

```

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

Element part number (Nonlinear) = 45

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

Number of elements (NPAR(2)) = 16472

Material model (NPAR(15)) = 1

EQ.1: Bi-linear contact stiffness law

EQ.2: Power function contact stiffness law

EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

```

Contact stiffness           C_stiff =    164404.97
Contact distance           C_dist =    0.52696600E-01
Contact paramater          C_paral =    0.0000000
Contact parameter          C_para2 =    0.21078638
Contact parameter          C_para3 =    0.0000000
Maximum contact distance:  M_dist =    0.0000000
  No contact interaction check if distance between two
  contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)         C_area =    0.0000000
Contact friction model     F_model=      1
  = 0: frictionless contact
  = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static) FrictS =    0.20000000
Coefficient of friction (dynamic) FrictD =    0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.0000000

```

```

Contact force print index   IPS    =      0

```

```

= 0: no surface contact force output
= 1: output surface contact force

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

Element part number (Nonlinear) . . . . . = 46

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . = 16472
Material model (NPAR(15)) . . . . . = 1
EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
EQ.2: Power function contact stiffness law
EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

Contact stiffness          C_stiff = 164404.97
Contact distance          C_dist = 0.52696600E-01
Contact paramater        C_paral = 0.0000000
Contact parameter        C_para2 = 0.21078638
Contact parameter        C_para3 = 0.0000000
Maximum contact distance: M_dist = 0.0000000
    No contact interaction check if distance between two
    contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)        C_area = 0.0000000
Contact friction model    F_model= 1
    = 0: frictionless contact
    = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static) FrictS = 0.20000000
Coefficient of friction (dynamic) FrictD = 0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int = 0.0000000

Contact force print index IPS = 0
    = 0: no surface contact force output
    = 1: output surface contact force

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

Element part number (Nonlinear) . . . . . = 47

2-D dynamic contact element definition (Type 234)

Number of elements (NPAR(2)) . . . . . = 16472
Material model (NPAR(15)) . . . . . = 1
EQ.1: Bi-linear contact stiffness law
EQ.2: Power function contact stiffness law
EQ.3: Exponential contact stiffness law

*** Contact parameter definition

```

```

Contact stiffness          C_stiff =    164404.97
Contact distance          C_dist =    0.52696600E-01
Contact paramater        C_paral =    0.0000000
Contact parameter        C_para2 =    0.21078638
Contact parameter        C_para3 =    0.0000000
Maximum contact distance: M_dist =    0.0000000
  No contact interaction check if distance between two
  contact nodes is bigger than M_dist.
Contact area (N/A)        C_area =    0.0000000
Contact friction model    F_model=      1
  = 0: frictionless contact
  = 1: frictional contact
Coefficient of friction (static)    FrictS =    0.20000000
Coefficient of friction (dynamic)    FrictD =    0.20000000
Initial contact distance offset (N/A): C_int =    0.0000000

```

```

Contact force print index      IPS      =      0
  = 0: no surface contact force output
  = 1: output surface contact force

```

```

** Element information suppressed(use /PRELE to print)

** Ratio of memory reserved for elements =    0.4617

** Solution State Parameters (2)
** mxREL,mTOT,maxEST,mTOT3,mUSE,mFRE(8 Bytes)
== 1573648, 868531, 401024, 705116, 793804, 0
** M1,M2,M3,mBUF,mGK(%) (doubles)
== 401024, 392780, 705116, 74728, 3741038 (2% of Physical Memory)
** n1,n2,n3,n4,n5,n6,n7,n8,n9 (doubles)
== 401025,419684,456997,465988,503302,540616,540616,540616,719174
** iSPARSE,iPACK,iCHOP,kLIN,iSTAT,iMASS
== 4,0,0,1,1,1
** maxK,kLEVEL,nrestart,kSTEP,kEXIT,iRUN
== 5,3,18,2,1,0
** n_step,n_case,nste_ext,totalT,dt0
== 1168,180,0,    1.0000000000000000E+00,    1.0000000000000000E-04

** Initial condition list (in node#) suppressed (use /PRINI to print)

** Time integration information suppressed (use /PRTIME to print)
**** Sparse Matrix Factorization ...
** Completed in-core sparse solution at AutoTM level 3
**** Sparse Matrix Factorization ...
** Completed in-core sparse solution at AutoTM level 3

```

NOTA: 65 páginas adicionales para optimizar la matriz

```

**** Sparse Matrix Factorization ...
** Completed in-core sparse solution at AutoTM level 3
**** Sparse Matrix Factorization ...
** Completed in-core sparse solution at AutoTM level 3

```

Histórico del procesador

Version 20.01.00.0024-WIN 26-APR-2007
 Copyright (c) 2007, ALGOR, Inc. All rights reserved.

** Memory Initially Allocated = 523774 KB (50% of Physical Memory)
 ** Options executed are:
 NOMIN - NO optimization for matrix storage
 RUN - Execute processor
 STRAIN - Output strain data for Superview
 DUPLEX - Duplex communication with tWAIT=5 seconds
 PRRO - Output reaction force data, n=2
 PRCD - Output contact diagnostics data

	NUMNP	DOF	NEGL	NEGNL	MODEX	NSTE	DT	TSTART	IPRI
IPSF	18820	000000	0	44	1	10000	0.100E-03	0.000E+00	1
3									

** Perform analysis
 ** Open output files ...
 ** Open temporary files ...
 ** Reading input file ...

PROGRAM VERSION: 2001000024
 alg.dll VERSION: 2001000024
 algconfig.dll VERSION: 2001000024
 agsdb_ar.dll VERSION: 1800000000
 amgsolve.exe VERSION: 2001000024

Model=C:\Documents and Settings\UC3M\Escritorio\MN 30HZ-0,2
 1000N\nuevo SERO modelo.ds_data\1\ds
 No. of nodes = 18820 No. of equations = 37314
 Maximum no. of iteration = 15 No. of steps = 10000
 Convergence tolerance = 1.0000E-04
 ** Available allocated memory = 488565 KB
 ** 2-D continuum element calculation, number of element = 503
 ** 2-D continuum element calculation, number of element = 561
 ** 2-D continuum element calculation, number of element = 1351
 ** 2-D continuum element calculation, number of element = 1336
 ** 2-D continuum element calculation, number of element = 1317
 ** 2-D continuum element calculation, number of element = 1308
 ** 2-D continuum element calculation, number of element = 1333
 ** 2-D continuum element calculation, number of element = 1325
 ** 2-D continuum element calculation, number of element = 1339
 ** 2-D continuum element calculation, number of element = 1340
 ** 2-D continuum element calculation, number of element = 1336
 ** 2-D continuum element calculation, number of element = 1318
 ** 2-D continuum element calculation, number of element = 1333
 ** 2-D continuum element calculation, number of element = 1309
 ** 2-D continuum element calculation, number of element = 1316
 ** 3-D truss element calculation, number of element = 13
 ** 2-D continuum element calculation, number of element = 1340
 ** 3-D beam element calculation, number of element = 20
 P-S contact will be used for contact pair, 1
 ** 2-D surface contact element calculation, number of element = 17980
 P-S contact will be used for contact pair, 2
 ** 2-D surface contact element calculation, number of element = 17980
 P-S contact will be used for contact pair, 3
 ** 2-D surface contact element calculation, number of element = 17980
 P-S contact will be used for contact pair, 4
 ** 2-D surface contact element calculation, number of element = 17980


```

** 2-D surface contact element calculation, number of element =
16472
** Required memory for in-core element part: 3133 KB (part#22)
** Required memory for various loads etc.: 5508 KB
** Required memory for sparse assembling: 29226 KB
** Required memory for working space: 3069 KB
** Memory Dynamically Allocated = 12295 KB (1% of Physical Memory)
** Open output files ...
** Open temporary files ...
** Input elements...
** Maximum hits per equation (EQN:32690) = 9063
  Nonzero entries estimated in upper triangle matrix = 7258005
** Assembled in one block
  Nonzero entries in upper triangle matrix = 2089221
** Parallel Sparse solver Solution

```

Time	Percent	DT	L	Iter.	Residual
0.000000	0.00	0.000100	1	0	0.0000E+00
0.000100	0.01	0.000100	1	1	1.0000E+00
0.000050	0.01	0.000050	2	1	1.0736E-04
0.000050	0.01	0.000050	2	2	2.6248E-05
0.000100	0.01	0.000050	2	1	1.0000E+00
0.000075	0.01	0.000025	3	1	1.2136E-04
0.000075	0.01	0.000025	3	2	8.8056E-06
0.000100	0.01	0.000025	3	1	1.0000E+00
0.000088	0.01	0.000013	4	1	9.6372E-01
0.000088	0.01	0.000013	4	2	3.9200E-02
0.000088	0.01	0.000013	4	3	8.7442E-03
0.000088	0.01	0.000013	4	4	3.9942E-04
0.000088	0.01	0.000013	4	5	9.3722E-06
0.000100	0.01	0.000013	4	1	9.5186E-01
0.000100	0.01	0.000013	4	2	3.5477E-01
0.000100	0.01	0.000013	4	3	8.1816E-02
0.000100	0.01	0.000013	4	4	1.8001E-03
0.000100	0.01	0.000013	4	5	6.5472E-05
0.000113	0.01	0.000013	4	1	2.9569E-01
0.000113	0.01	0.000013	4	2	6.9960E-01
0.000113	0.01	0.000013	4	3	3.2375E-02
0.000113	0.01	0.000013	4	4	8.4746E-04
0.000113	0.01	0.000013	4	5	9.8487E-04
0.000113	0.01	0.000013	4	6	3.8450E-04
0.000113	0.01	0.000013	4	7	3.7934E-04
0.000113	0.01	0.000013	4	8	1.1908E-05
0.000125	0.01	0.000013	4	1	6.8032E-02
0.000125	0.01	0.000013	4	2	6.8804E-01
0.000125	0.01	0.000013	4	3	3.6451E-02
0.000125	0.01	0.000013	4	4	1.8429E-04
0.000125	0.01	0.000013	4	5	2.6421E-05
0.000138	0.01	0.000013	4	1	7.5359E-02
0.000138	0.01	0.000013	4	2	3.7924E-01
0.000138	0.01	0.000013	4	3	8.6235E-02
0.000138	0.01	0.000013	4	4	1.8609E-03
0.000138	0.01	0.000013	4	5	4.9864E-05
0.000150	0.02	0.000013	4	1	8.5728E-02

NOTA: El promedio de iteraciones por error es de 5 para el desarrollo de cada paso. Estas iteraciones se suprimieron en 150 páginas.

0.021925	2.19	0.000025	3	4	1.8685E-03
0.021925	2.19	0.000025	3	5	2.7431E-04
0.021925	2.19	0.000025	3	6	2.7714E-05
0.021950	2.20	0.000025	3	1	4.1012E-02
0.021950	2.20	0.000025	3	2	1.1247E-01
0.021950	2.20	0.000025	3	3	2.7479E-02
0.021950	2.20	0.000025	3	4	2.6514E-03

```

0.021950  2.20      0.000025  3   5   9.4761E-05
0.021975  2.20      0.000025  3   1   4.4783E-01
0.021975  2.20      0.000025  3   2   1.2383E-01
0.021975  2.20      0.000025  3   3   2.7185E-02
0.021975  2.20      0.000025  3   4   6.0993E-02
0.021975  2.20      0.000025  3   5   2.0547E-03
0.021975  2.20      0.000025  3   6   2.7452E-05
0.022000  2.20      0.000025  3   1   5.7833E-01
0.022000  2.20      0.000025  3   2   1.1025E-01
0.022000  2.20      0.000025  3   3   3.3011E-02
0.022000  2.20      0.000025  3   4   6.8051E-02
0.022000  2.20      0.000025  3   5   1.0056E-02
forrtl: severe (28): CLOSE error, unit 99, file "Unknown"

Image      PC      Routine      Line      Source
arun4.exe  008BE62E  Unknown      Unknown    Unknown
arun4.exe  008BB8E4  Unknown      Unknown    Unknown
arun4.exe  00864BAE  Unknown      Unknown    Unknown
arun4.exe  008647CB  Unknown      Unknown    Unknown
arun4.exe  0084FD83  Unknown      Unknown    Unknown
arun4.exe  005D44B7  _KILLN@12      21    killn.for
arun4.exe  00798847  _MAKEFN@44     988
ggifnam.for
arun4.exe  0079C3F3  _VSSCALL@92     242
vsssolve.for
arun4.exe  0079B6FC  _VSSSOLVE@40     51
vsssolve.for
arun4.exe  0050132F  _SOLVE@92     132    solve.for
arun4.exe  005597BA  _EQUIT5@76     730
xequit5.for
arun4.exe  006D39DE  _NLLOOP@60     119
equilibr.for
arun4.exe  00788885  _VSS_IMPL@12    970
vssimpl.for
arun4.exe  006AD71A  _FMAIN@44     726    yapak4.for
arun4.exe  007A2755  _MAIN__      336
fallocn.for
arun4.exe  0092D95C  Unknown      Unknown    Unknown
arun4.exe  008A5223  Unknown      Unknown    Unknown
kernel32.dll  7C816FD7  Unknown      Unknown    Unknown

```

Análisis de peso y centro de gravedad

ALGOR (R) Weight and Center of Gravity
Version 20.00.00.0463-WIN 21-MAR-2007
Copyright (c) 2007, ALGOR, Inc. All rights reserved.

```

DATE: MAY 5,2007
TIME: 12:54 PM
INPUT FILE.....C:\Documents and
Settings\edwin\Escritorio\nuevo modelo sero 1\nuevo SERO
modelo.ds_data\1\ds

```

Accupak

MES

Input information:

Number of nodes = 18824

Number of element types = 44
 Analysis code (NDYN) = 4
 Gravitational constant = 9.81456E+03

Element type = 24 (2-D plane-stress - nonlinear)
 Number of elements = 503

Mat.#	Mass Density	Weight Density
1	7.8720E-09	7.7260E-05

===== Output results for Part 1 =====

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

Volume	Weight	XC	YC	ZC
6.3459E+03	4.9029E-01	0.0000E+00	5.7153E-07	-1.4123E-07

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):
 Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00, 0.000E+00)

MASS moment of inertia

Ixx	Iyy	Izz
4.2951E-02	2.1892E-02	2.1892E-02

MASS product of inertia

Ixy	Ixz	Iyz
0.0000E+00	0.0000E+00	1.5251E-06

AREA moment of inertia (Units: Length**4)

Area	Ixx	Iyy	Izz	Iyz
6.3459E+02	5.4562E+05	2.7281E+05	2.7281E+05	4.2352E-04

Element type = 24 (2-D plane-stress - nonlinear)
 Number of elements = 561

Mat.#	Mass Density	Weight Density
2	7.8720E-09	7.7260E-05

===== Output results for Part 2 =====

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

Volume	Weight	XC	YC	ZC
3.3262E+03	2.5698E-01	0.0000E+00	-2.0448E-03	-1.2149E-03

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):
 Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00, 0.000E+00)

MASS moment of inertia

Ixx	Iyy	Izz

```

-----
7.2746E-03  3.8557E-03  3.8553E-03

      MASS product of inertia
-----
      Ixy      Ixz      Iyz
-----
0.0000E+00  0.0000E+00 -6.6750E-06

      AREA moment of inertia (Units: Length**4)
-----
      Area      Ixx      Iyy      Izz      Iyz
-----
3.3262E+02  9.2411E+04  4.6208E+04  4.6204E+04 -5.1659E+00

Element type      =      24 (2-D plane-stress - nonlinear)
Number of elements =      1351

Mat.#  Mass Density  Weight Density
-----  -----
      3      7.8720E-09      7.7260E-05

===== Output results for Part      3 =====

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

      Volume      Weight      XC      YC      ZC
-----
6.6444E+02  5.1334E-02  0.0000E+00  5.4731E+00 -2.2205E+01

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):
Reference point (XR,YR,ZR) is at ( 0.000E+00, 0.000E+00,
0.000E+00)

      MASS moment of inertia
-----
      Ixx      Iyy      Izz
-----
2.7910E-03  2.6503E-03  2.2792E-04

      MASS product of inertia
-----
      Ixy      Ixz      Iyz
-----
0.0000E+00  0.0000E+00 -8.0119E-04

      AREA moment of inertia (Units: Length**4)
-----
      Area      Ixx      Iyy      Izz      Iyz
-----
6.6444E+01  3.5455E+04  3.3113E+04  2.3417E+03 -8.0751E+03

Element type      =      24 (2-D plane-stress - nonlinear)
Number of elements =      1331

Mat.#  Mass Density  Weight Density
-----  -----
      4      7.8720E-09      7.7260E-05

===== Output results for Part      4 =====

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

```

Volume	Weight	XC	YC	ZC
6.6127E+02	5.1090E-02	0.0000E+00	-5.4733E+00	-2.2205E+01

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):
Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00, 0.000E+00)

MASS moment of inertia

Ixx	Iyy	Izz
2.7779E-03	2.6376E-03	2.2698E-04

MASS product of inertia

Ixy	Ixz	Iyz
0.0000E+00	0.0000E+00	7.7555E-04

AREA moment of inertia (Units: Length**4)

Area	Ixx	Iyy	Izz	Iyz
6.6127E+01	3.5288E+04	3.2956E+04	2.3323E+03	8.0367E+03

Element type = 24 (2-D plane-stress - nonlinear)
Number of elements = 1317

Mat.# Mass Density Weight Density

Mat.#	Mass Density	Weight Density
5	7.8720E-09	7.7260E-05

===== Output results for Part 5 =====

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

Volume	Weight	XC	YC	ZC
6.6444E+02	5.1334E-02	0.0000E+00	-1.5166E+01	-1.7118E+01

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):
Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00, 0.000E+00)

MASS moment of inertia

Ixx	Iyy	Izz
2.7910E-03	1.6040E-03	1.2742E-03

MASS product of inertia

Ixy	Ixz	Iyz
0.0000E+00	0.0000E+00	1.6947E-03

AREA moment of inertia (Units: Length**4)

Area	Ixx	Iyy	Izz	Iyz
6.6444E+01	3.5455E+04	1.9822E+04	1.5633E+04	1.7250E+04

Element type = 24 (2-D plane-stress - nonlinear)

Number of elements = 1308

Mat.#	Mass Density	Weight Density
6	7.8720E-09	7.7260E-05

===== Output results for Part 6 =====

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

Volume	Weight	XC	YC	ZC
6.6444E+02	5.1334E-02	0.0000E+00	-2.1384E+01	-8.1098E+00

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):
Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00, 0.000E+00)

MASS moment of inertia

Ixx	Iyy	Izz
2.7910E-03	4.1524E-04	2.4630E-03

MASS product of inertia

Ixy	Ixz	Iyz
0.0000E+00	0.0000E+00	1.1054E-03

AREA moment of inertia (Units: Length**4)

Area	Ixx	Iyy	Izz	Iyz
6.6444E+01	3.5455E+04	4.7212E+03	3.0734E+04	1.1523E+04

Element type = 24 (2-D plane-stress - nonlinear)
Number of elements = 1333

Mat.#	Mass Density	Weight Density
7	7.8720E-09	7.7260E-05

===== Output results for Part 7 =====

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

Volume	Weight	XC	YC	ZC
6.6444E+02	5.1334E-02	0.0000E+00	-2.2703E+01	2.7567E+00

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):
Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00, 0.000E+00)

MASS moment of inertia

Ixx	Iyy	Izz
2.7910E-03	1.1099E-04	2.7672E-03

MASS product of inertia

Ixy	Ixz	Iyz
0.0000E+00	0.0000E+00	-3.9819E-04

AREA moment of inertia (Units: Length**4)

Area	Ixx	Iyy	Izz	Iyz
6.6444E+01	3.5455E+04	8.5624E+02	3.4599E+04	-4.1584E+03

Element type = 24 (2-D plane-stress - nonlinear)
Number of elements = 1325

Mat.#	Mass Density	Weight Density
8	7.8720E-09	7.7260E-05

===== Output results for Part 8 =====

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

Volume	Weight	XC	YC	ZC
6.6444E+02	5.1334E-02	0.0000E+00	-1.8822E+01	1.2992E+01

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):
Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00, 0.000E+00)

MASS moment of inertia

Ixx	Iyy	Izz
2.7910E-03	9.5405E-04	1.9241E-03

MASS product of inertia

Ixy	Ixz	Iyz
0.0000E+00	0.0000E+00	-1.5473E-03

AREA moment of inertia (Units: Length**4)

Area	Ixx	Iyy	Izz	Iyz
6.6444E+01	3.5455E+04	1.1566E+04	2.3889E+04	-1.6247E+04

Element type = 24 (2-D plane-stress - nonlinear)
Number of elements = 1339

Mat.#	Mass Density	Weight Density
9	7.8720E-09	7.7260E-05

===== Output results for Part 9 =====

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

Volume	Weight	XC	YC	ZC
6.6444E+02	5.1334E-02	0.0000E+00	-1.0628E+01	2.0250E+01

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):

Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00,
0.000E+00)

MASS moment of inertia

Ixx	Iyy	Izz
2.7910E-03	2.2161E-03	6.6207E-04

MASS product of inertia

Ixy	Ixz	Iyz
0.0000E+00	0.0000E+00	-1.4140E-03

AREA moment of inertia (Units: Length**4)

Area	Ixx	Iyy	Izz	Iyz
6.6444E+01	3.5455E+04	2.7598E+04	7.8567E+03	-1.4300E+04

Element type = 24 (2-D plane-stress - nonlinear)
Number of elements = 1340

Mat.#	Mass Density	Weight Density
10	7.8720E-09	7.7260E-05

===== Output results for Part 10 =====

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

Volume	Weight	XC	YC	ZC
6.6444E+02	5.1334E-02	0.0000E+00	-3.3177E-08	2.2870E+01

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):

Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00,
0.000E+00)

MASS moment of inertia

Ixx	Iyy	Izz
2.7910E-03	2.8070E-03	7.1242E-05

MASS product of inertia

Ixy	Ixz	Iyz
0.0000E+00	0.0000E+00	8.6636E-06

AREA moment of inertia (Units: Length**4)

Area	Ixx	Iyy	Izz	Iyz
6.6444E+01	3.5455E+04	3.5104E+04	3.5131E+02	-4.6582E-05

Element type = 24 (2-D plane-stress - nonlinear)
Number of elements = 1336

Mat.#	Mass Density	Weight Density
11	7.8720E-09	7.7260E-05

===== Output results for Part 11 =====

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

Volume	Weight	XC	YC	ZC
6.6444E+02	5.1334E-02	0.0000E+00	1.0628E+01	2.0250E+01

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):
Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00, 0.000E+00)

MASS moment of inertia

Ixx	Iyy	Izz
2.7910E-03	2.2161E-03	6.6207E-04

MASS product of inertia

Ixy	Ixz	Iyz
0.0000E+00	0.0000E+00	1.3837E-03

AREA moment of inertia (Units: Length**4)

Area	Ixx	Iyy	Izz	Iyz
6.6444E+01	3.5455E+04	2.7598E+04	7.8567E+03	1.4300E+04

Element type = 24 (2-D plane-stress - nonlinear)
Number of elements = 1318

Mat.#	Mass Density	Weight Density
12	7.8720E-09	7.7260E-05

===== Output results for Part 12 =====

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

Volume	Weight	XC	YC	ZC
6.6444E+02	5.1334E-02	0.0000E+00	1.8822E+01	1.2992E+01

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):
Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00, 0.000E+00)

MASS moment of inertia

Ixx	Iyy	Izz
2.7910E-03	9.5405E-04	1.9241E-03

MASS product of inertia

Ixy	Ixz	Iyz
0.0000E+00	0.0000E+00	1.5177E-03

AREA moment of inertia (Units: Length**4)

```

-----
      Area      Ixx      Iyy      Izz      Iyz
-----
      6.6444E+01  3.5455E+04  1.1566E+04  2.3889E+04  1.6247E+04

Element type      =      24 (2-D plane-stress - nonlinear)
Number of elements =      1333

Mat.#  Mass Density  Weight Density
-----
      13      7.8720E-09      7.7260E-05

===== Output results for Part      13 =====

```

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

```

      Volume      Weight      XC      YC      ZC
-----
      6.6444E+02  5.1334E-02  0.0000E+00  2.2703E+01  2.7567E+00

```

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):
Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00,
0.000E+00)

```

      MASS moment of inertia
-----
      Ixx      Iyy      Izz
-----
      2.7910E-03  1.1099E-04  2.7672E-03

```

```

      MASS product of inertia
-----
      Ixy      Ixz      Iyz
-----
      0.0000E+00  0.0000E+00  3.9781E-04

```

```

      AREA moment of inertia (Units: Length**4)
-----
      Area      Ixx      Iyy      Izz      Iyz
-----
      6.6444E+01  3.5455E+04  8.5624E+02  3.4599E+04  4.1584E+03

```

```

Element type      =      24 (2-D plane-stress - nonlinear)
Number of elements =      1309

Mat.#  Mass Density  Weight Density
-----
      14      7.8720E-09      7.7260E-05

===== Output results for Part      14 =====

```

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

```

      Volume      Weight      XC      YC      ZC
-----
      6.6444E+02  5.1334E-02  0.0000E+00  2.1384E+01 -8.1098E+00

```

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):
Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00,
0.000E+00)

```

      MASS moment of inertia
-----

```

Ixx	Iyy	Izz
2.7910E-03	4.1524E-04	2.4630E-03

MASS product of inertia

Ixy	Ixz	Iyz
0.0000E+00	0.0000E+00	-1.1015E-03

AREA moment of inertia (Units: Length**4)

Area	Ixx	Iyy	Izz	Iyz
6.6444E+01	3.5455E+04	4.7212E+03	3.0734E+04	-1.1523E+04

Element type = 24 (2-D plane-stress - nonlinear)
Number of elements = 1316

Mat.#	Mass Density	Weight Density
15	7.8720E-09	7.7260E-05

===== Output results for Part 15 =====

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

Volume	Weight	XC	YC	ZC
6.6444E+02	5.1334E-02	0.0000E+00	1.5166E+01	-1.7118E+01

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):
Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00, 0.000E+00)

MASS moment of inertia

Ixx	Iyy	Izz
2.7910E-03	1.6040E-03	1.2742E-03

MASS product of inertia

Ixy	Ixz	Iyz
0.0000E+00	0.0000E+00	-1.6250E-03

AREA moment of inertia (Units: Length**4)

Area	Ixx	Iyy	Izz	Iyz
6.6444E+01	3.5455E+04	1.9822E+04	1.5633E+04	-1.7250E+04

Element type = 21 (3-D Truss -nonlinear)
Number of elements = 13

Mat.#	Mass Density	Weight Density
16	7.8720E-09	7.7260E-05

===== Output results for Part 16 =====

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

Volume	Weight	XC	YC	ZC
1.4230E+00	1.0994E-04	0.0000E+00	-1.3292E-15	-4.8736E-15

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):
Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00, 0.000E+00)

MASS moment of inertia

Ixx	Iyy	Izz
5.6354E-06	2.8177E-06	2.8177E-06

MASS product of inertia

Ixy	Ixz	Iyz
0.0000E+00	0.0000E+00	-2.6470E-23

AREA moment of inertia not calculated.

Element type = 24 (2-D plane-stress - nonlinear)
Number of elements = 1340

Mat.#	Mass Density	Weight Density
17	7.8720E-09	7.7260E-05

===== Output results for Part 17 =====

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

Volume	Weight	XC	YC	ZC
7.0654E+03	5.4587E-01	0.0000E+00	7.6555E-04	8.7476E-04

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):
Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00, 0.000E+00)

MASS moment of inertia

Ixx	Iyy	Izz
6.2543E-03	3.5905E-03	3.5907E-03

MASS product of inertia

Ixy	Ixz	Iyz
0.0000E+00	0.0000E+00	1.6545E-05

AREA moment of inertia (Units: Length**4)

Area	Ixx	Iyy	Izz	Iyz
7.0654E+02	7.9450E+04	3.9724E+04	3.9726E+04	3.4161E+00

Element type = 22 (3-D Beam -nonlinear)
Number of elements = 20

Mat.# Mass Density Weight Density

Mat.#	Mass Density	Weight Density
18	7.8720E-09	7.7260E-05

===== Output results for Part 18 =====

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

Volume	Weight	XC	YC	ZC
9.4248E-02	7.2816E-06	0.0000E+00	1.9139E-01	-8.6508E-03

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):
Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00, 0.000E+00)

MASS moment of inertia

Ixx	Iyy	Izz
5.5644E-08	2.7193E-08	2.8451E-08

MASS product of inertia

Ixy	Ixz	Iyz
0.0000E+00	0.0000E+00	-2.1182E-10

I. Volume, Weight and C.G. (Global coordinates):

Volume	Weight	XC	YC	ZC
2.5373E+04	1.9604E+00	0.0000E+00	6.2452E-04	2.8685E-03

II. Moment of inertia w.r.t. X-Y-Z axes at (XR,YR,ZR):
Reference point (XR,YR,ZR) is at (0.000E+00, 0.000E+00, 0.000E+00)

MASS moment of inertia

Ixx	Iyy	Izz
9.2756E-02	4.8036E-02	4.8048E-02

MASS product of inertia

Ixy	Ixz	Iyz
0.0000E+00	0.0000E+00	7.7332E-06